1. संख्या पद्धति [Number System]

8092496757

1. सम संख्याएँ [Even Numbers] :- जो प्राकृत संख्याऐ 2 से पूर्णतया विभक्त हो, उन्हे सम संख्याऐ कहते है। जैसे :- 2, 4, 8, 10, 12 आदि।

2. विषम संख्याएँ [Odd Numbers] :- जो प्राकृत संख्याऐं 2 से पूर्णतया विभक्त न हो, उन्हे विषम संख्याएँ कहते है। जैसे :- 1, 3, 5, 7, 9, 11 आदि।

3. अभाज्य संख्याये [Prime Numbers] :- ऐसी प्रत्येक प्राकृत संख्या जिसके केवल दो गुणनखण्ड हो, अभाज्य संख्या कहलाती है। जैसे :- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 सत्रह अभाज्य संख्याये है।

Note. सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 है।

4. भाज्य = (भाजक × भागफल) + शेषफल

5. भाजक $= \frac{\text{भाज्य} - \text{शेषफल}}{\text{भागफल}}$ 6. भागफल $= \frac{\text{भाज्य} - \text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$

7. (i) $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

(ii) $(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$

(iii) $(a+b)^2+(a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$

(iv) $(a+b)^2-(a-b)^2 = 4ab$

(v) $(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$

(vi) $(a^2+b^2) = \frac{1}{2}(a+b)^2+(a-b)^2$

(vii) $(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$

(viii) $(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$

(ix) $(a^3+b^3) = (a+b)(a^2+b^2-ab)$

(x) $(a^3-b^3) = (a-b)[a^2+b^2+ab]$

(xi) $\frac{a^3+b^3}{(a^2+b^2-ab)} = (a+b)$ (xii) $\frac{a^3-b^3}{(a^2+b^2+ab)} = (a-b)$

(xiii) हीरा का सूत्र $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $s = \frac{a+b+c}{2}$

Scanned by CamScanner

VISIT…

8. लगातार प्राकृत संख्याओं का योग = $\frac{\text{अंतिम संख्या (अंतिम संख्या+1)}}{2}$ या $\frac{N(N+1)}{2}$

9. लगातार प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग = $\frac{\text{अंतिम संख्या (अंतिम संख्या+1) (अं सं}\times 2+1)}{6}$
या $\frac{N\ (N+1)\ (2N+1)}{6}$

10. लगातार प्राकृत संख्याओं के घनों का योग = $\left[\frac{\text{अंतिम संख्या (अंतिम संख्या+1)}}{2}\right]^2$

11. सरलीकरण -(i) रेखा कोष्ठक (ii) कोष्ठक (iii) का (iv) भाग (v) गुणा (vi) जोड़ (vii) घट
सरलीकरण में पहले छोटे कोष्ठक ( ), फिर मंझले कोष्ठक { } तथा अन्त में बड़े कोष्ठक [ ] को हटाया जाता है।

$\Rightarrow (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

$\Rightarrow (a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(a+c)$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$a^3+b^3+c^3 = 3abc$

8092496757

12. द्विघाती सूत्र = $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

13. द्विघात समीकरण बनाने का सूत्र =
$x^2 - (\text{मूलों का योगफल})x + \text{मूलों का गुणनफल}$

⇒ 1 से 100 तक की संख्याओं में कुल 25 अभाज्य संख्या होती है।
⇒ 1 से 50 तक " " 15 " "
⇒ 51 से 100 तक " " 10 " "
⇒ N तक की सम संख्याओं का योगफल = $\frac{N}{2}\left(\frac{N}{2}+1\right)$
⇒ लगातार N तक की विषम संख्याओं का योगफल = $\left(\frac{N+1}{2}\right)^2$

Scanned by CamScanner

2. म०स०प० तथा ल०स०प० [H.C.F. & L.C.M.]

1. <u>महत्तम समापवर्तक</u> :- दो या दो से अधिक संख्याओं का म०स० वह बड़ी से बड़ी संख्या है जो प्रत्येक दी गई संख्या को पूर्णतया विभक्त कर दे।

+1) जैसे :- 35 तथा 42 का म० स० = 7 है।

8092496757

2. <u>लघुत्तम समापवर्त्य</u> :- वह छोटी से छोटी संख्या जो प्रत्येक दी गई संख्या द्वारा पूर्णतया विभक्त हो जाये, दी गई संख्या का ल०स० कहलाती है।

जैसे :- 6, 8, 12, 24, 30 का ल० स० = (2×3×2×2×5) = 120 है।

3. प्रथम संख्या × दूसरी संख्या = ल०स० × म०स०
   दो संख्याओं का गुणनफल = (इनका म०स०) × (इनका ल०स०)

4. भिन्नों का म०स० = $\frac{\text{अंशों का म०स०}}{\text{हरों का ल० स०}}$

5. भिन्नों का ल०स० = $\frac{\text{अंशों का ल०स०}}{\text{हरों का म० स०}}$

① $a^2+\frac{1}{a^2} = \left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$ या $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2$

② $a^3+\frac{1}{a^3} = \left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3\left(a+\frac{1}{a}\right)$

③ $a^3-\frac{1}{a^3} = \left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\frac{1}{a}\right)$

Trick ↓

④ (x^n-1) पूर्णतया $(n+1)$ से विभाजित होगा, जब n का मान सम हो

Example → $17^{200}-1$ विभाजित होगा?

<u>Ans</u> ⇒ 17+1 = 18 से

Scanned by CamScanner

3. वर्गमूल तथा घनमूल [Square Root & Cube Rood]

1. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

2. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ या $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

3. 1 से 50 तक की संख्याओं का वर्ग

1 - 1	11 - 121	21 - 441	31 - 961	41 - 1681
2 - 4	12 - 144	22 - 484	32 - 1024	42 - 1764
3 - 9	13 - 169	23 - 529	33 - 1089	43 - 1849
4 - 16	14 - 196	24 - 576	34 - 1156	44 - 1936
5 - 25	15 - 225	25 - 625	35 - 1225	45 - 2025
6 - 36	16 - 256	26 - 676	36 - 1296	46 - 2116
7 - 49	17 - 289	27 - 729	37 - 1369	47 - 2209
8 - 64	18 - 324	28 - 784	38 - 1444	48 - 2304
9 - 81	19 - 361	29 - 841	39 - 1521	49 - 2401
10 - 100	20 - 400	30 - 900	40 - 1600	50 - 2500

4. 1 से लेकर 25 तक की संख्याओं का घन

1 - 1	6 - 216	11 - 1331	16 - 4096	21 - 9261
2 - 8	7 - 343	12 - 1728	17 - 4913	22 - 10648
3 - 27	8 - 512	13 - 2197	18 - 5832	23 - 12167
4 - 64	9 - 729	14 - 2744	19 - 6859	24 - 13824
5. - 125	10 - 1000	15 - 3375	20 - 8000	25 - 15625

Trick ↓

Example ⇒ $(2^{16} - 1)$ विभाजित होगा ?

Ans $2+1 = 3$ से तथा $16+1 = 17$ से ।

Trick ↓

Example ⇒ $(2^{15} + 1)$ विभाजित होगा ?

Ans $2+1 = 3$ से

Scanned by CamScanner

4. औसत (Average)

1. औसत $= \frac{\text{राशियों का योग}}{\text{राशियों की संख्या}}$

2. दो समान दूरियाँ दो असमान चालों से तय की गई हो, तो

$$\text{औसत चाल} = \frac{2 \times \text{पहली चाल} \times \text{दूसरी चाल}}{(\text{पहली चाल} + \text{दूसरी चाल})} = \frac{2xy}{(x+y)}$$

3. दूरी असमान होने पर औसत चाल $= \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$

4. लगातार N तक की प्राकृत संख्याओं का औसत

$$= \left(\frac{N+1}{2}\right)$$

5. लगातार N तक की पूर्ण संख्याओं का औसत $= \left(\frac{N}{2}\right)$

6. लगातार N तक की सम संख्याओं का औसत

$$= \left(\frac{N+2}{2}\right)$$

7. लगातार N तक की विषम संख्याओं का औसत

$$= \left(\frac{N+1}{2}\right)$$

8. संख्याओं की ऐसी श्रेणी जिसका अन्तर समान हो, तो उनका

औसत $= \frac{(\text{प्रथम संख्या} + \text{अंतिम संख्या})}{2}$

Trick ⇓

Example → $(17^{37} + 29^{37})$ विभाजित होगा ?

Ans. $17 + 29 = 46$ से।

Trick ⇓

Example :→ $(17^{37} + 29^{37})$ को भाग दे 23 से तो शेषफल होगा ?

Ans. $\frac{17+29}{23}$ = भागफल 2 तथा शेषफल = 0

Scanned by CamScanner

5. घातांक तथा करणी [Surds & Indices]

घातांक के नियम – (Laws of Indices) :-

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $(a^m) \div (a^n) = a^{m-n}$

(iii) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

(iv) $(ab)^n = a^n \times b^n$

(v) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

(vi) $a^0 = 1$

करणी के नियम – (Laws of Surds) :-

(i) $(\sqrt[n]{a})^n = (a^{1/n})^n = a$

(ii) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$

(iii) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

(iv) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

(v) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \times n]{a}$

Scanned by CamScanner

6. प्रतिशतता [Percentage]

TRICK ↘

1. यदि A का मान B से R% अधिक हो, तो

B का मान A से कम है % = $\frac{R}{(100+R)} \times 100$ प्रतिशत

Trick ↘

2. यदि A का मान B से R% कम हो, तो

B का मान A से अधिक है % = $\frac{R}{(100-R)} \times 100$ प्रतिशत

Trick ↘

3. किसी वस्तु के भाव में R% वृद्धि हो जाने पर इस मद पर खर्च न बढ़े, इसके लिए :-

वस्तु की खपत में कमी = $\frac{R}{(100+R)} \times 100$ प्रतिशत

Trick ↘

4. किसी वस्तु के भाव में R% कमी आ जाने पर इस मद पर खर्च कम न हो, इसके लिए :-

वस्तु की खपत में वृद्धि = $\frac{R}{(100-R)} \times 100$ प्रतिशत

Trick ↘

जनसंख्या पर आधारित प्रश्नों के लिए :-

5. माना किसी शहर की जनसंख्या P है तथा यह R% वार्षिक दर से बढ़ती है, तब

(i) n वर्ष बाद जनसंख्या = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

(ii) n वर्ष पूर्व जनसंख्या = $\frac{P}{\left(1+\frac{R}{100}\right)^n}$

Trick ↘

6. माना किसी शहर की जनसंख्या P थी तथा इसमें पहले, दूसरे तथा तीसरे वर्ष में क्रमशः R_1%, R_2% तथा R_3% वृद्धि होती है, तब

(i) 3 वर्ष बाद जनसंख्या = $P\left(1+\frac{R_1}{100}\right)\left(1+\frac{R_2}{100}\right)\left(1+\frac{R_3}{100}\right)$

Scanned by CamScanner

Trick ↓

मशीनों के अवमूल्यन पर आधारित प्रश्नों के लिए :-

7. माना किसी मशीन का वर्तमान मूल्य P है तथा इसके अवमूल्यन की दर R% वार्षिक है, तब :

(i) n वर्ष बाद मशीन का मूल्य $= P\left(1-\frac{R}{100}\right)^n$

(ii) n वर्ष पूर्व मशीन का मूल्य $= \frac{P}{\left(1-\frac{R}{100}\right)^n}$

Scanned by CamScanner

7. लाभ तथा हानि [Profit & Loss]

[दो वस्तुओं के क्रय मूल्य समान हों तो न लाभ होगा न हानि]

1. लाभ = विक्रय मूल्य − क्रय मूल्य
2. हानि = क्रय मूल्य − विक्रय मूल्य
3. लाभ प्रतिशत = $\frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$
4. हानि प्रतिशत = $\frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$

एक दुकानदार त्रुटिपूर्ण तराजू के माध्यम से वस्तुओं को खरीदते समय x% का घोटाला करता है तथा बेचते समय x% का घोटाला करता है तो उसका लाभ प्रतिशत क्या है

लाभ% = $\left[\frac{(100+x\%)^2}{100} - 100\right]$ प्रतिशत

5. यदि क्रय मूल्य x रु. तथा लाभ 20% हो, तो

विक्रय मूल्य = $x \times \frac{120}{100}$ रु.

6. यदि क्रय मूल्य x रु. तथा हानि 20% हो, तो

विक्रय मूल्य = $x \times \frac{80}{100}$ रु.

7. यदि विक्रय मूल्य x रु. तथा लाभ 20% हो, तो

क्रय मूल्य = $x \times \frac{100}{120}$ रु.

8. यदि विक्रय मूल्य x रु. तथा हानि 20% हो, तो

क्रय मूल्य = $x \times \frac{100}{80}$ रु.

Trick

9. यदि कोई दुकानदार अपनी वस्तुएं क्रय मूल्य पर बेचता है परन्तु त्रुटीपूर्ण बाट का प्रयोग करता है, तो

लाभ प्रतिशत = $\frac{\text{त्रुटि}}{\text{(सही मान)} - \text{त्रुटि}} \times 100$ | लाभ% = $\frac{\text{त्रुटि}}{\text{(सही मान)} - \text{त्रुटि}} \times 100$

Trick

10. एक व्यक्ति ने दो घोड़ो में से प्रत्येक को 1000 रु में बेचा। एक पर 16% लाभ तथा दूसरे पर 16% हानि हुई। पूरे लेन देन मे लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात करो।

Note:- सदैव हानि ही होगी

हानि प्रतिशत = $\frac{\text{लाभ} \times \text{हानि\%}}{100} = \frac{16 \times 16}{100} = \frac{256}{100} = 2.56\%$ हानि

Scanned by CamScanner

8. समय तथा दूरी [Time & Distance]

1. चाल $= \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$

2. दूरी = चाल × समय

3. समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

4. x कि०मी०/घण्टा $= x \times \frac{5}{18}$ मीटर/सैकण्ड

5. y मी०/सैकण्ड $= y \times \frac{18}{5}$ कि०मी०/घण्टा

Trick ↓

6. यदि A तथा B की चालों का अनुपात A : B हो, तो एक ही दूरी तय करने में इनके द्वारा लिये गये समय का अनुपात = B : A

Trick ↓

7. माना कोई व्यक्ति एक निश्चित दूरी x कि०मी०/घण्टा की चाल से तथा इतनी ही दूरी y कि०मी०/घण्टा की चाल से तय करता है। तब -

पूरी यात्रा में औसत-चाल $= \frac{2xy}{(x+y)}$ कि०मी०/घण्टा

Scanned by CamScanner

9. रेल संबंधित प्रश्न [Problems on Trains]

1. खम्भे को पार करने में लगा समय = $\frac{\text{गाड़ी की लम्बाई}}{\text{गाड़ी की चाल}}$

2. प्लेटफॉर्म को पार करने में लगा समय = $\frac{\text{गाड़ी की लं० + प्लेटफार्म की ल०}}{\text{गाड़ी की चाल}}$

3. x कि०मी० प्रति घण्टा = $x \times \frac{5}{18}$ मीटर/सैकण्ड

4. x मीटर/सैकण्ड = $x \times \frac{18}{5}$ कि०मी०/घण्टा

Trick ↓

5. माना A मीटर लम्बी रेलगाड़ी x मीटर/सैकण्ड की चाल से जा रही है तथा B मीटर लम्बी रेलगाड़ी इसी की दिशा में समानांतर पटरी पर y मीटर प्रति सैकण्ड की गति से जा रही है। तब,

एक दूसरे को पार करने में लगा समय = $\frac{A+B}{x-y}$ सैकण्ड

Trick ↓

6. माना A मीटर लम्बी रेलगाड़ी x मीटर/सैकण्ड की चाल से जा रही है तथा B मीटर लम्बी रेलगाड़ी इसकी विपरीत दिशा में y मीटर/सैकण्ड की गति से जा रही है। तब,

एक दूसरे को पार करने में लगा समय = $\frac{A+B}{x+y}$ सैकण्ड

Trick ↓

7. माना एक रेलगाड़ी की लम्बाई A मीटर है। यह रेलगाड़ी x मीटर/सैकण्ड की गति से जा रही है। एक व्यक्ति y मीटर/सैकण्ड की चाल से गाड़ी की दिशा में दौड़ रहा है। तब,

व्यक्ति को पार करने में गाड़ी द्वारा लगा समय = $\frac{A}{x-y}$ सैकण्ड

Trick ↓

8. माना एक रेलगाड़ी की लम्बाई A मीटर है। यह रेलगाड़ी x मीटर/सैकण्ड की गति से जा रही है। एक व्यक्ति y मीटर/सैकण्ड की चाल से गाड़ी की विपरीत दिशा में दौड़ रहा है। तब,

व्यक्ति को पार करने में गाड़ी द्वारा लिया गया समय = $\frac{A}{x+y}$ सैकण्ड

Scanned by CamScanner

10. नाव तथा धारा [Boats & Streams]

Trick ↓

⇒ यदि शान्त जल में नाव का वेग = A कि० मी० / घण्टा तथा
धारा का वेग = B कि० मी० / घण्टा हो, तो

1. धारा की दिशा में नाव का वेग (अनुप्रवाह) = A+B K.M./h.

2. धारा की विपरीत दिशा में नाव का वेग [ऊर्ध्वप्रवाह] = A−B K.M./h.

Trick ↓

⇒ यदि धारा की दिशा में नाव का वेग = x K.M./h. तथा
धारा की विपरीत दिशा में नाव का वेग = y K.M./h. हो, तो

3. शान्त जल में नाव का वेग = $\frac{1}{2}(x+y)$ K.M./h.

4. धारा का वेग = $\frac{1}{2}(x-y)$ K.M./h.

⇒ यदि $a+b+c=0$ हो, तो
$a^3+b^3+c^3-3abc=0$ होता है, या
$a^3+b^3+c^3=3abc$ होता है।

⇒ यदि $a-b-c=0$ हो, तो
$a^3-b^3-c^3=3abc$ होता है या
$a^3-b^3-c^3-3abc=0$ होता है
यहाँ $a=b+c$ होता है।

Scanned by CamScanner

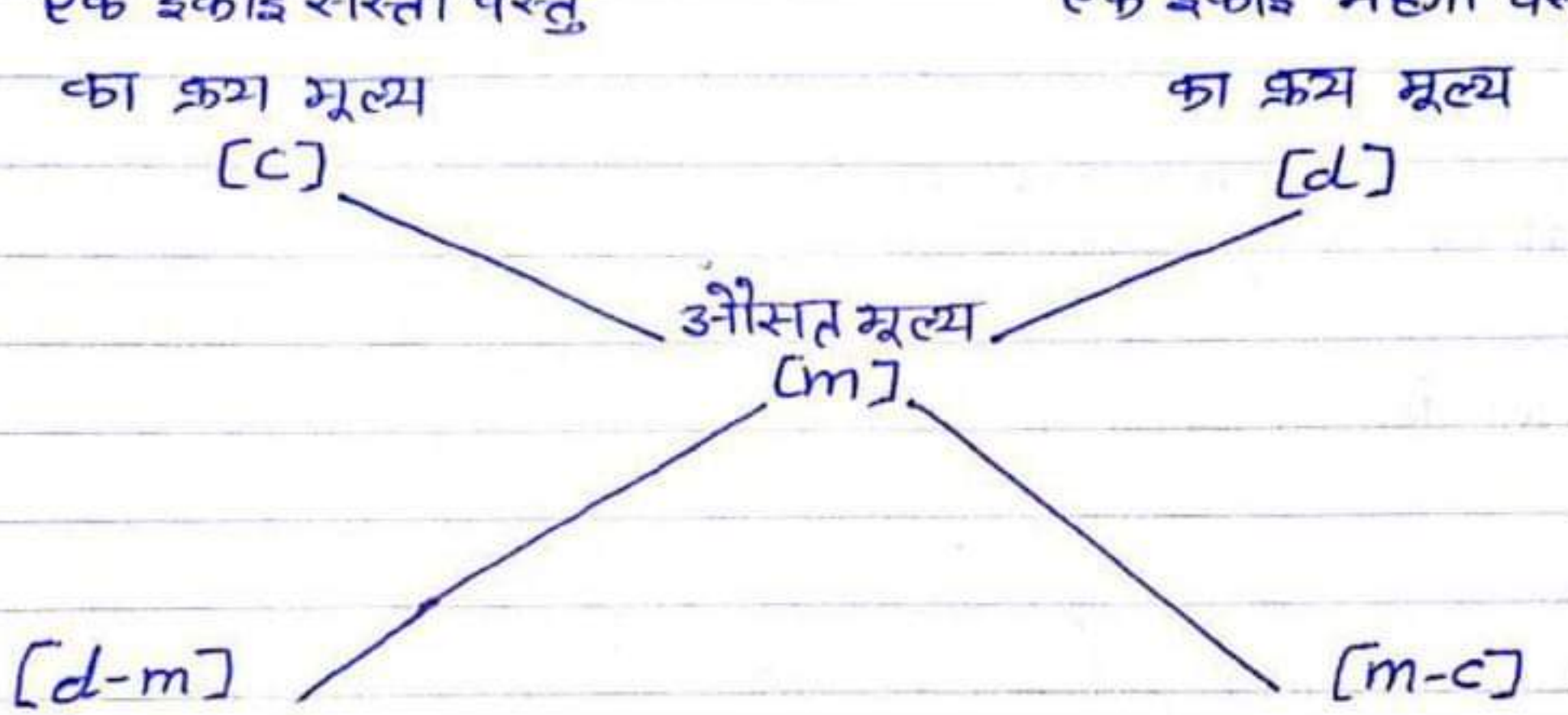
11. मिश्रण [Mixture & Alligation]

Trick

माना सस्ती वस्तु की 1 इकाई का क्रय मूल्य = c रु.

माना महंगी वस्तु की 1 इकाई का क्रय मूल्य = d रु.

औसत मूल्य = M रु., तब –



(सस्ती वस्तु की मात्रा) : (महंगी वस्तु की मात्रा) = (d-m) : (m-c)

1. यदि x लीटर दूध में से प्रत्येक बार y लीटर दूध निकाल कर पानी डाल दिया जाता है तथा इस क्रिया को (n-1) बार दोहराये, तो n बार क्रिया के बाद दूध की शेष मात्रा –

Trick:- $= x\left(1-\frac{y}{x}\right)^n$ लीटर या $x\left(\frac{x-y}{x}\right)^n$

Scanned by CamScanner

12. साधारण ब्याज [Simple Interest]

1. साधारण ब्याज $= \frac{(\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय})}{100}$

2. मूलधन $= \frac{(\text{साधारण ब्याज} \times 100)}{(\text{दर} \times \text{समय})}$

3. दर $= \frac{(\text{साधारण ब्याज} \times 100)}{(\text{मूलधन} \times \text{समय})}$

4. समय $= \frac{(\text{साधारण ब्याज} \times 100)}{(\text{मूलधन} \times \text{दर})}$

5. साधारण मिश्रधन $= \left[\frac{\text{मूलधन} \times (100 + \text{समय} \times \text{दर})}{100}\right]$

$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$

$\Rightarrow a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$

$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

$\Rightarrow a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3\left(a + \frac{1}{a}\right)$

$\Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$\Rightarrow$ यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ हो, तो $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ होगा।

$\Rightarrow$ यदि $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c}{d}$ हो, तो $\frac{a}{b} = \frac{c+d}{c-d}$ होगा।

$\Rightarrow$ यदि $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = 0$ हो, तो वैसे व्यंजक में $x = a$, $y = b$, $z = c$ लेकर एक संभावित मान निकाला जा सकता है।

Scanned by CamScanner

13. चक्रवृद्धि ब्याज [Compound Interest]

1. चक्रवृद्धि ब्याज = चक्रवृद्धि मिश्रधन − मूलधन

2. जब ब्याज वार्षिक देय हो, तब

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(1+\frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}}$$

3. जब ब्याज ६ : माही देय हो, तब दर $= \frac{R}{2}\%$ प्रति छमाही व समय = 2n छमाई

$$\text{तब चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \left[\text{मूलधन} \times \left(1+\frac{\text{दर}}{2\times 100}\right)^{2\times \text{समय}}\right]$$

4. जब ब्याज तिमाही देय हो, तब दर $= \frac{R}{4}\%$ तथा समय = 4n तिमाही

$$\text{तब चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \left[\text{मूलधन} \times \left(1+\frac{\text{दर}}{4\times 100}\right)^{4\times \text{समय}}\right]$$

5. जब समय $4\frac{2}{3}$ (साढ़े) हो तथा ब्याज वार्षिक देय हो, तब

$$\text{चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \left[\text{मूलधन} \times \left(1+\frac{\text{दर}}{100}\right)^{4} \times \left(1+\frac{2/3\ \text{दर}}{100}\right)\right]$$

Trick ↓

6. जब ब्याज की दर पहले वर्ष $R_1\%$, दूसरे वर्ष $R_2\%$ तथा तीसरे वर्ष $R_3\%$ हो

$$\text{तब, चक्रवृद्धि मिश्रधन} = \text{मूलधन} \times \left(1+\frac{R_1}{100}\right) \times \left(1+\frac{R_2}{100}\right) \times \left(1+\frac{R_3}{100}\right)$$

Trick ↓

7. माना कोई धन = x रु. है तथा n वर्ष बाद देय है तथा ब्याज दर R%, वार्षिक है तो इस धन का वर्तमान मूल्य $= \left[\frac{x}{\left(1+\frac{R}{100}\right)^{n}}\right]$

8. चक्रवृद्धि ब्याज $= \left[\text{मूलधन} \times \left(1+\frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} - \text{मूलधन}\right]$

Scanned by CamScanner

14. क्षेत्रफल [Area]

1. आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$\therefore$ लम्बाई $= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}}$ तथा चौड़ाई $= \frac{\text{क्षेत्रफल}}{\text{लम्बाई}}$

2. आयत का परिमाप = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)
   आयत की परिमिति = ↗

3. आयत का विकर्ण $= \sqrt{(\text{लम्बाई})^2 + (\text{चौड़ाई})^2}$

4. वर्ग का क्षेत्रफल $= (\text{भुजा})^2$ या $\frac{(\text{विकर्ण})^2}{2}$

5. वर्ग का परिमाप / परिमिति = 4 × भुजा

6. वर्ग का विकर्ण = $\sqrt{2}$ × भुजा वर्ग की भुजा $= \frac{\text{विकर्ण}}{\sqrt{2}}$

7. कमरे की चार दीवारों का क्षे० = 2 × (लम्बाई + चौड़ाई) × ऊंचाई

8. कमरे की छत या फर्श का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

9. Δ त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}$ × आधार × ऊंचाई

10. विषमबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

जहाँ $s = \frac{a+b+c}{2}$ तथा a, b, c त्रिभुज की भुजायें है।

11. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$ या $\frac{(\text{ऊचाई})^2}{\sqrt{3}}$

12. a भुजा वाली समबाहु त्रिभुज के अन्तः वृत्त की त्रिज्या $= \frac{a}{2\sqrt{3}}$

13. a भुजा वाली समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या $= \frac{a}{\sqrt{3}}$

Scanned by CamScanner

⇒ आयताकार/वर्गाकार मैदान के बाहर (+) या भीतर (−) बने रास्ते का क्षे०
$= 2x$ (लम्बाई + चौड़ाई $\pm 2x$)

⇒ समबाहु त्रिभुज की भुजा $= \frac{2}{\sqrt{3}} \times$ ऊंचाई तथा ऊंचाई $= \frac{\sqrt{3} \times \text{भुजा}}{2}$

14. समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊंचाई

15. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ (विकर्णों का गुणनफल)

⇒ समचतुर्भुज की भुजा $= \frac{\text{परिमाप}}{4}$

16. समलम्ब चतुर्भुज का क्षे० $= \frac{1}{2} \times$ (समांतर भुजाओं का योग) × (उनके बीच की दूरी)

17. षष्ट भुज का क्षेत्रफल $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 \times (\text{भुजा})^2$

18. n भुजा वाले सम बहुभुज का प्रत्येक कोण $= \frac{n-2}{2} \times 180°$

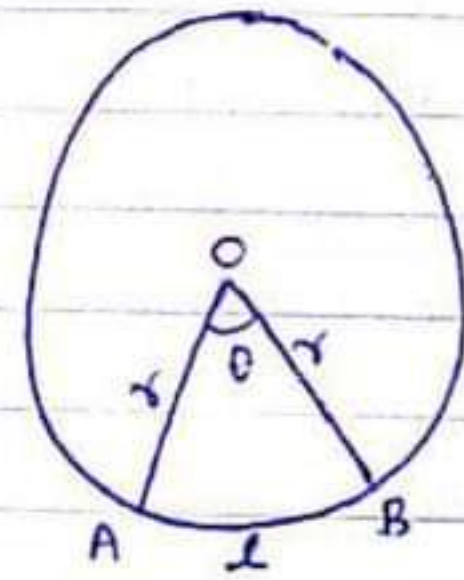
19. n भुजा वाले सम बहुभुज के विकर्णों की संख्या $= \frac{n(n-3)}{2}$

20. वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

21. वृत्त की परिधि $= 2\pi r$

22. वृत्त का व्यास $= 2r$

23. अर्द्ध वृत्त का क्षेत्रफल $= \frac{\pi r^2}{2}$



24. अर्द्ध वृत की परिमिति $= \pi r + 2r$

25. चाप की लम्बाई $= \frac{2\pi r\theta}{360}$

26. वृत्तखण्ड AOB का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ (चाप AB) $\times R = \frac{\pi r^2 \theta}{360} = \frac{1}{2} Lr$

27. एक चतुर्भुज के विकर्ण की लम्बाई d सेमी. है तथा इसके विपरीत शीर्षों से विकर्ण पर डाले गये लम्बों की लम्बाई P_1 तथा P_2 है, तब –
इस चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (P_1 + P_2) \times d$

Scanned by CamScanner

15. ठोस वस्तुओं के आयतन [Volume of Solids]

घनाभ [Cuboid] :- इसमें 6 फलक होते है तथा प्रत्येक फलक आयताकार होता है। लम्बाई = l, चौड़ाई = b, ऊंचाई = h

1. घनाभ का आयतन = ल० × चौ० × ऊ० घन सेमी०

2. घनाभ का विकर्ण = $\sqrt{ल०^2 + चौ०^2 + ऊ०^2}$ सेमी०

3. घनाभ के संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० = $2 \times (ल० \times चौ० + चौ० \times ऊ० + ऊ० \times ल०)$ वर्ग सेमी.

घन [Cube] :- इसमे 6 फलक होते है व प्रत्येक फलक वर्गाकार होता है।

4. घन का आयतन = $(भुजा)^3$ घन सेमी०

5. घन का विकर्ण = $\sqrt{3} \times$ भुजा सेमी०

6. घन के संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० = $6 \times (भुजा)^2$ वर्ग सेमी.

7. बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$ घन सेमी

बेलन = Cylinder

h = ऊंचाई

8. बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षे० = $2\pi rh$ वर्ग सेमी.

9. बेलन के संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० = $2\pi r \times (h + r)$ वर्ग सेमी.

10. शंकू [Cone] की तिर्यक ऊंचाई = $\sqrt{r^2 + h^2}$ सेमी.

11. शंकू का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

l = तिर्यक ऊंचाई

h = ऊंचाई

12. शंकू का वक्र पृष्ठ का क्षे० = $\pi r l$ वर्ग सेमी.

Scanned by CamScanner

13. शंकु का संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० = $\pi r (l + r)$ वर्ग सेमी.

14 गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$ घन सेमी. Sphere = गोला

15. गोले का वक्र पृष्ठ का क्षे० = $4\pi r^2$ वर्ग सेमी.

16. अर्द्ध गोले का आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3$ घन सेमी.

17. अर्द्ध गोले का वक्र पृष्ठ का क्षे० = $2\pi r^2$ वर्ग सेमी.

18. अर्द्ध गोले का संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० = $3\pi r^2$ वर्ग सेमी.

19. लम्ब पिरामिड का आयतन = $\frac{1}{3}$ × ऊंचाई × आधार का क्षेत्रफल

20. पिरामिड का पार्श्व पृष्ठ का क्षे० = $\frac{1}{2}$ × आधार की परिमिति × तिर्यक ऊंचाई

21. पिरामिड की तिर्यक ऊंचाई (l) = $\sqrt{a^2 + h^2}$

नोट ⇒ यदि आधार आयताकार हो, तो a = आयत की लम्बाई होती है तब (l) = $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}$

22. प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षे० × ऊँचाई

23. प्रिज्म का पार्श्व पृष्ठ का क्षे० = आधार की परिमिति × ऊंचाई

24. खोखले पाईप का आयतन = $\pi (R_1^2 - r_2^2) h$

Scanned by CamScanner

Trick

⇒ 1 रु. में N वस्तु खरीदने या बेचने पर माना x% का लाभ या हानि हो, तो 1 रु में बेची गई या खरीदी गई वस्तुओं की संख्या होगी -

$$= \left[\frac{\text{खरीदी गई वस्तुओं की संख्या}}{\text{बेची गई वस्तुओं की संख्या}} = \left(\frac{100 \pm x\%}{100}\right)\right]$$

Trick

⇒ कुछ वस्तुओं का क्रय मूल्य कुछ वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर हो, तो लाभ या हानि % होगा -

$$= \left[\frac{\text{क्रय की दर} - \text{विक्रय की दर}}{\text{विक्रय की दर}} \times 100\right]$$

Trick

⇒ एक फल विक्रेता 5 रु के 6 की दर से खरीदता है तथा 3 रु. के 4 की दर से बेचता है तो लाभ या हानि प्रतिशत होगा।

हल: (A) 5 रु. के खरीदता है = (B) 6 केले
(C) 3 रु. के बेचता है = (D) 4 केले

Trick:- $= \left[\frac{BC - AD}{AD} \times 100\right]$

Scanned by CamScanner

Trick

⇒ चाय के मूल्य में 10% वृद्धि हो जाने पर 270 रु. खर्च करने पर 500 ग्राम चाय कम आती है तो चाय का नया एवं पुराना मूल्य ज्ञात कीजिये।

हल:

$$\text{पुराना मूल्य} = \left[\frac{\%\ \text{वृद्धि या कमी} \times \text{लागत मूल्य}}{100 \pm \text{वृद्धि या कमी} \times \text{मात्रा में वृद्धि}}\right]$$

$$= \frac{10 \times 270 \times 1000}{110 \times 500} = \frac{540}{11} = 49.09\ \text{रु/kg.}$$ Ans.

$$\text{नया मूल्य} = \left[\frac{\text{पुराना भाव} \times 100 \pm \text{वृद्धि या कमी}}{100}\right]$$

$$= \frac{540}{11} \times \frac{110}{100} = 54\ \text{रु./K.g.}$$ Ans.

Trick

⇒ किसी व्यक्ति को 140 पेन बेचने पर २० पेन के विक्रय मूल्य के बराबर लाभ होता है तो उसका लाभ % ज्ञात कीजिए।

$$\text{लाभ \%} = \left[\frac{\text{कम पेनों का विक्रय मूल्य}}{\text{कुल पेन} - \text{कम पेन}} \times 100\right]$$

$$= \frac{20}{140-20} \times 100 = \frac{20}{120} \times 100$$

$$= \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}\ \%$$ Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ यदि किसी वस्तु पर x% की छूट देकर y% लाभ प्राप्त करना हो, तो कितने % बढ़ाकर अंकित मूल्य लिखना होगा।

Trick:- $\left[\frac{x\% + y\%}{100 - x\%} \times 100\right]$

या

$\left[\frac{\text{छूट दर} + \text{लाभ}}{100 - \text{छूट दर}} \times 100\right]$

Trick:⇒ $(a^n - b^n)$ में यदि n सम्धन अंक हैं, तो वह संख्या $(a+b)(a-b)$ से विभाजित होगी।

Example:- $(7^8 - 5^8)$ किस संख्या से विभाजित होगी?

Ans. $(7+5)(7-5) \Rightarrow 12 \times 2 \Rightarrow 24$ से Ans

Trick:⇒ $(a^n + b^n)$ में यदि n विषम धन अंक हो, तो वह संख्या $(a+b)$ से विभाजित होगी।

Example :→ $(7^5 + 3^5)$ किस संख्या से विभाजित होगी?

Ans. $(7+3) \Rightarrow 10$ से Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ n भुजा वाले बहुभुज के अन्तः कोणों का योग
$= (2n-4) \times 90°$] दोनों एक ही है।
या $= (n-2) \times 180°$]

⇒ बहुभुज के आंतरिक कोण का मान = 180° - बाह्य कोण

⇒ बहुभुज की भुजाओं की संख्या = $\frac{360}{\text{बाह्य कोण}}$

⇒ किसी बहुभुज के विकर्णों की संख्या
$= \frac{n(n-1)}{2} - n$

⇒ समषट्भुज का प्रत्येक आंतरिक कोण = 120° होता है।

⇒ समबाहु त्रिभुज की परित्रिज्या व अन्तःत्रिज्या का अनुपात = 2:1 होता है।

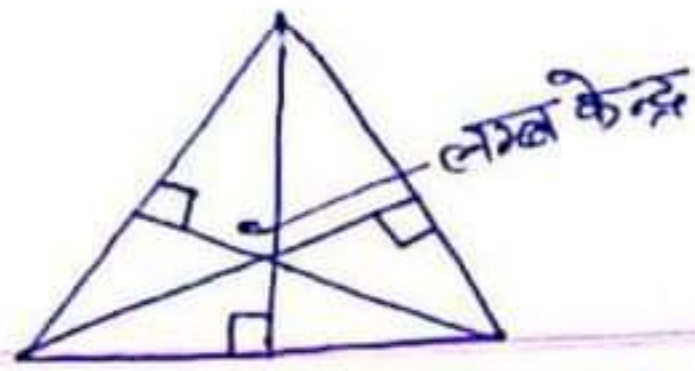
⇒ किसी समबाहु त्रिभुज की ऊँचाई उसकी अन्तः वृत्त की त्रिज्या की तिगुनी होती है।

⇒ किसी समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या उसके अन्तः वृत्त की त्रिज्या की दुगुनी होती है।

⇒ अन्तः केन्द्र ⇒ किसी त्रिभुज के कोणों के समद्विभाजक जिस बिन्दु पर मिलते है, उस बिन्दू को अन्तः केन्द्र कहते है

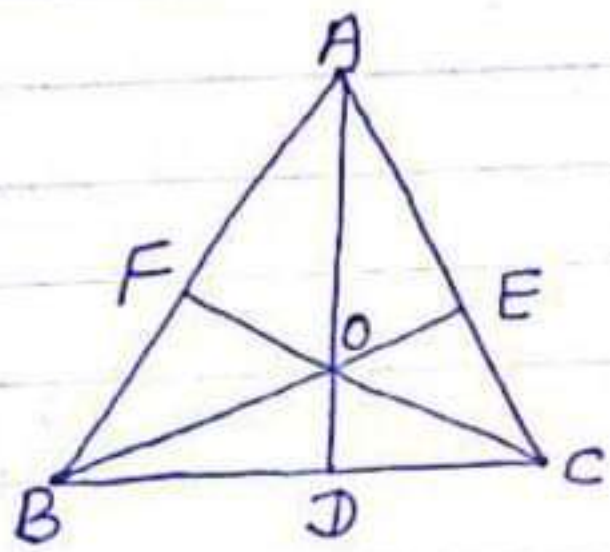
⇒ परिकेन्द्र ⇒ किसी त्रिभुज की भुजाओं के समद्विभाजक जिस बिन्दु पर मिलते है, वह बिन्दु उस त्रिभुज का परिकेन्द्र कहलाता है।

Scanned by CamScanner



⇒ लम्ब केन्द्र ⇒ किसी त्रिभुज के तीनों शीर्ष लम्ब जिस बिन्दु पर मिलते है, वह बिन्दु उस त्रिभुज का लम्ब केन्द्र कहलाता है।

⇒ किसी त्रिभुज ABC में AD, BE, CF शीर्ष लम्ब है, तो
$\angle BOC = (\pi - A)$ होता है।
यहाँ $\pi = 180°$ है।



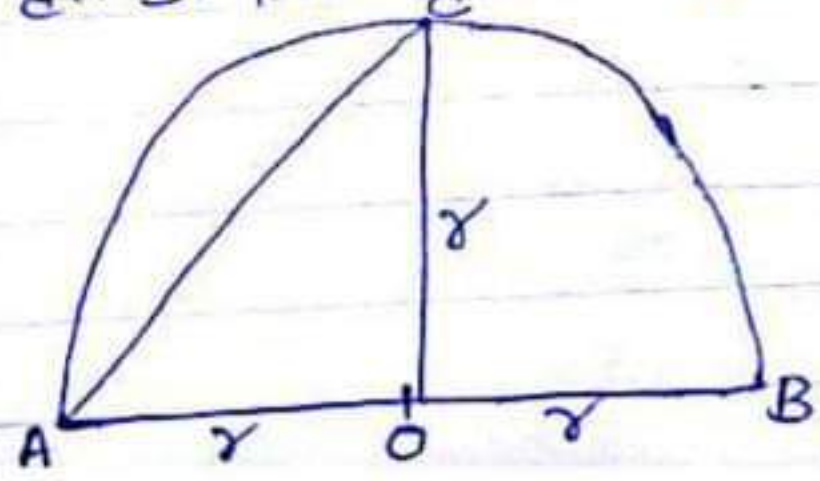
$\angle A = 50°$ तो
$\angle BOC = (\pi - A)$
$\angle BOC = 180° - 50°$
$\angle BOC = 130°$ Ans.

⇒ किसी समबाहु त्रिभुज के अभ्यन्तर किसी बिन्दु से तीनों बिन्दुओं पर डाले गये लम्बों की लम्बाइयाँ क्रमशः P_1, P_2, P_3 है, तो उस त्रिभुज की ऊंचाई तीनों लम्बों के योग के बराबर होती है.

ऊँचाई = $P_1 + P_2 + P_3$ या

$\frac{\sqrt{3}}{2} \times$ भुजा $= P_1 + P_2 + P_3$ होती है।

⇒ किसी अर्द्ध वृत्त पर बनने वाला बड़े से बड़े त्रिभुज का क्षे० उस वृत्त की त्रिज्या के वर्ग के बराबर होता है।

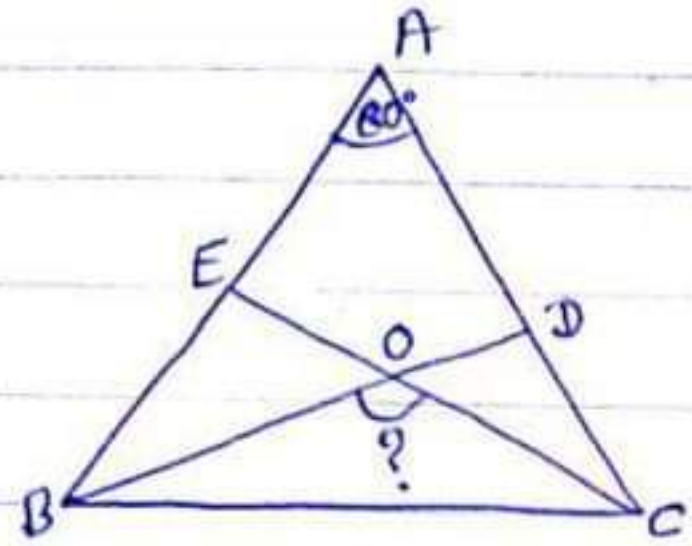


ΔABC का क्षे० $= \frac{1}{2} \times 2\gamma \times \gamma$
$= \gamma^2$

Scanned by CamScanner

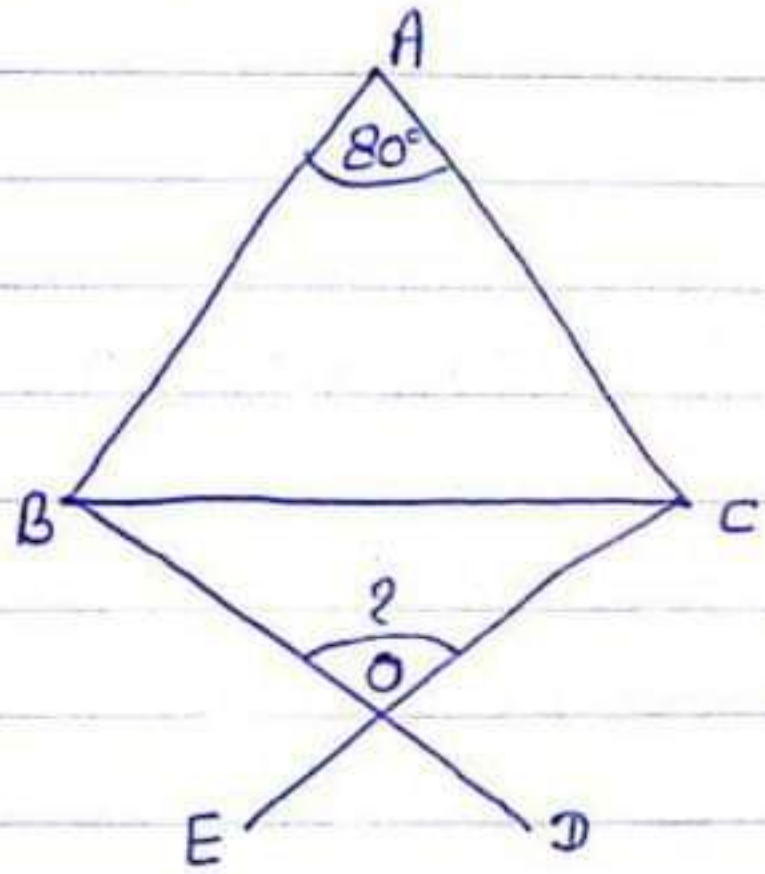
⇒ यदि किसी त्रिभुज ABC के अन्तः कोण B व C के आन्तरिक द्विभाजक 'O' पर मिलते है, तो

$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$



$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$$
$$\angle BOC = 90^\circ + \frac{80}{2}$$
$$\angle BOC = 90^\circ + 40^\circ$$
$$\angle BOC = 130^\circ \text{ Ans.}$$

⇒ यदि किसी त्रिभुज के ABC के बाह्य कोण B व C के द्विभाजक 'O' बिन्दु पर मिलते हैं तो $\angle BOC = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$



$$\angle BOC = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$$
$$\angle BOC = 90^\circ - \frac{80}{2}$$
$$\angle BOC = 90^\circ - 40^\circ$$
$$\angle BOC = 50^\circ \text{ Ans.}$$

⇒ वह बहुभुज जिसमें प्रत्येक अन्तः कोण का मान 180° से कम हो उत्तल बहुभुज कहलाता है।

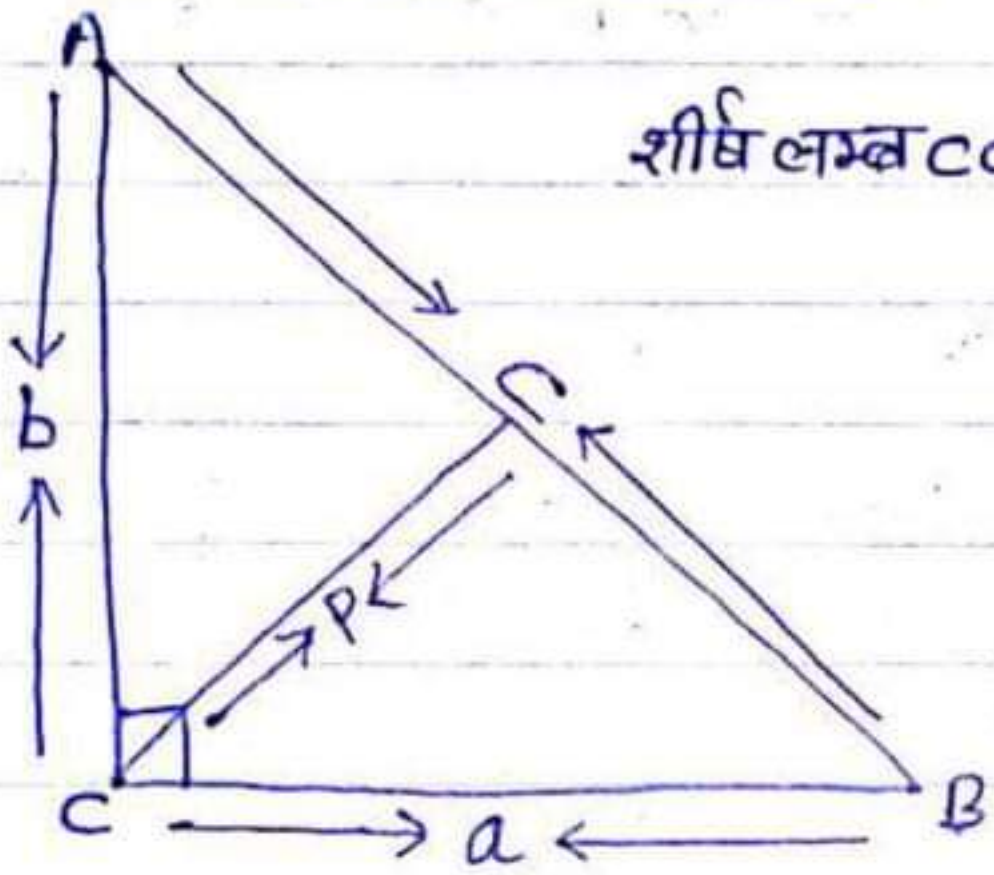
⇒ वह बहुभुज जिसमें कम से कम एक अन्तः कोण की माप 180° से अधिक हो, तो वह अवतल बहुभुज कहलाता है।

⇒ अर्द्ध वृत्त में बना कोण समकोण होता है।

Scanned by CamScanner

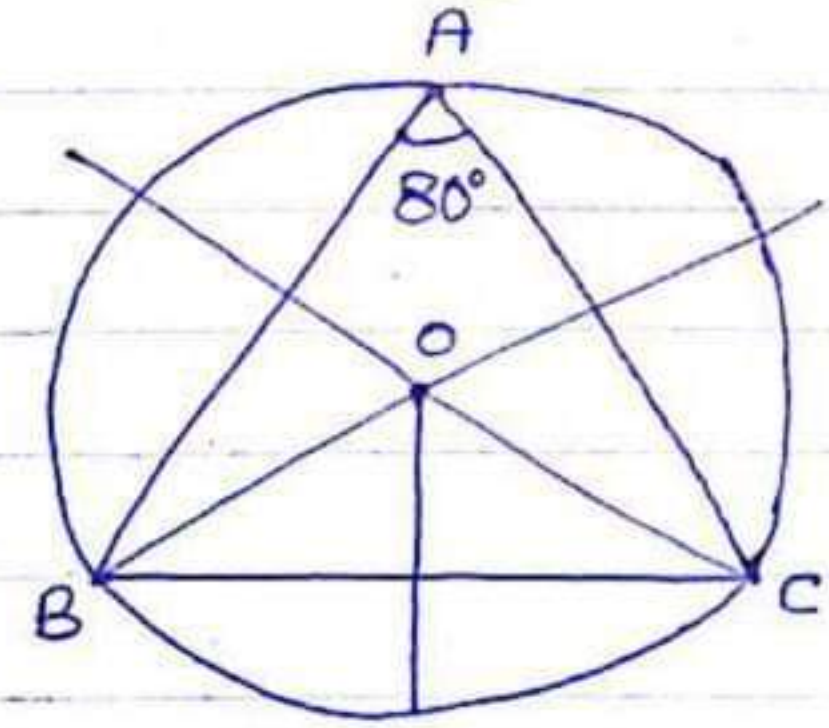
⇒ त्रिभुज ABC में ∠C समकोण है। शीर्ष C से AB पर डाले गये लम्ब की लम्बाई P है तथा AB = c, BC = a और AC = b हो, तो

$$\boxed{\frac{1}{P^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$$ होता है।



शीर्ष लम्ब CC की लम्बाई = $\frac{\text{आधार} \times \text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$

⇒ यदि किसी त्रिभुज में 'O' परिकेन्द्र है, तो ∠BOC = 2 × ∠A



∠BOC = 2 × ∠A

∠BOC = 2 × 80°

∠BOC = 160° Ans.

⇒ किसी समबाहु त्रिभुज के अन्तः वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi}{12} \times \text{भुजा}^2$$

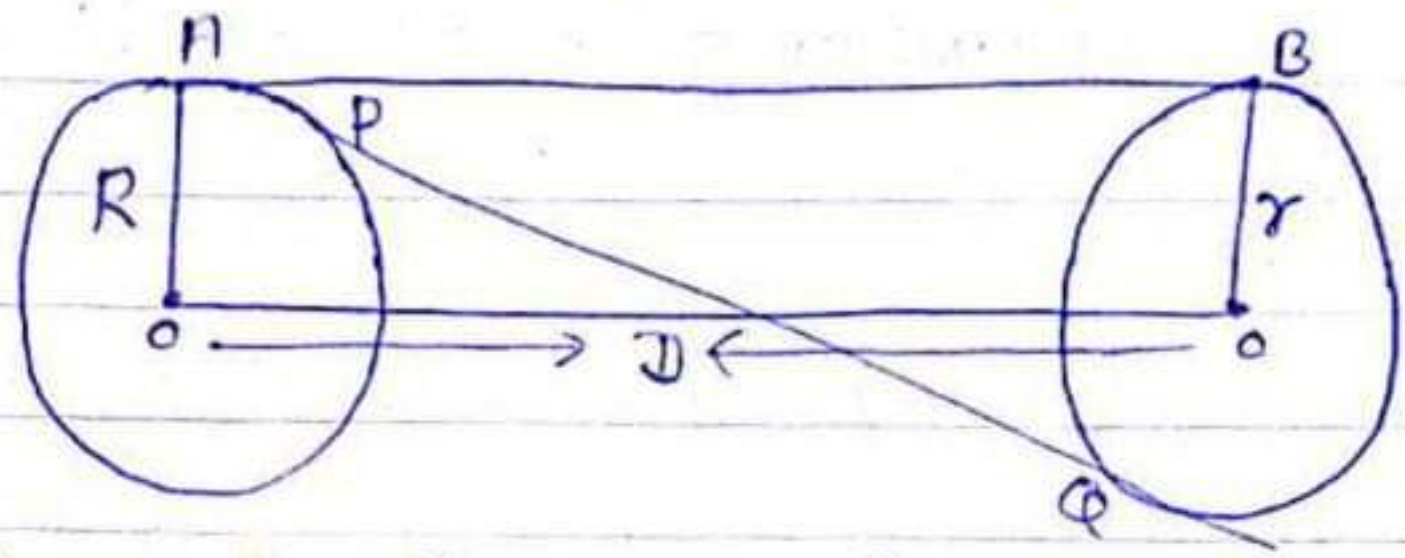
Scanned by CamScanner

⇒ किसी समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi}{3} \times \text{भुजा}^2$$

⇒ दो वृत्तों की त्रिज्या R तथा r है जो एक दूसरे को स्पर्श नहीं करते हैं तथा उनके केन्द्रो के मध्य की दूरी = D है।

जैसे-



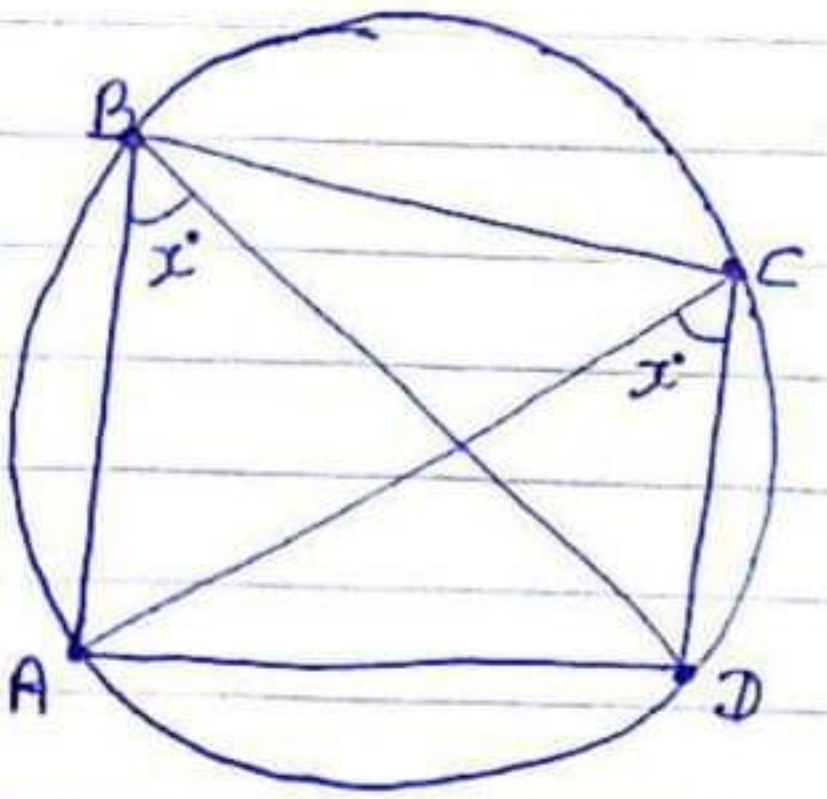
⇒ AB सीधी उभयनिष्ठ रेखा की लम्बाई Direct = सीधी

$$= \sqrt{D^2 - (R+r)^2}$$

⇒ PQ अनुस्पर्श (Transverse) उभयनिष्ठ रेखा की लम्बाई

$$= \sqrt{D^2 - (R+r)^2}$$

⇒ एक ही वृत्तखण्ड के कोण बराबर होते हैं।



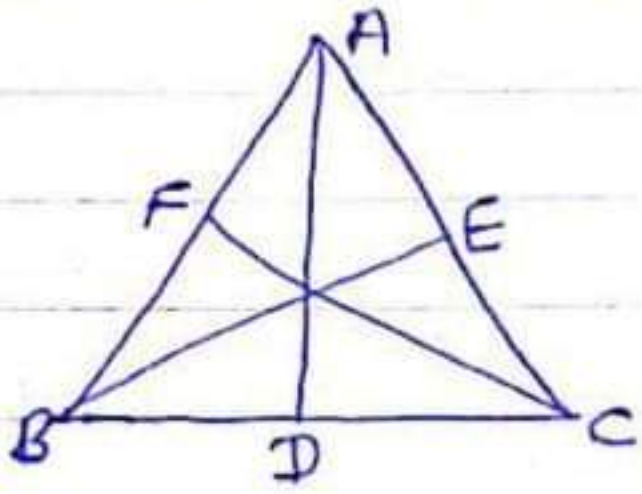
यहाँ ∠ABD = ∠DCA है।

Scanned by CamScanner

⇒ त्रिभुज की किन्ही दो भुजाओं का योग सदैव तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

⇒ त्रिभुज की किन्ही दो भुजाओं का अन्तर सदैव तीसरी भुजा से छोटा होता है।

⇒ किसी त्रिभुज का परिमाप, उसकी माध्यिकाओं के योग से हमेशा बड़ा होता है।



$AB+BC+CA > AD+BE+CF$

⇒ दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

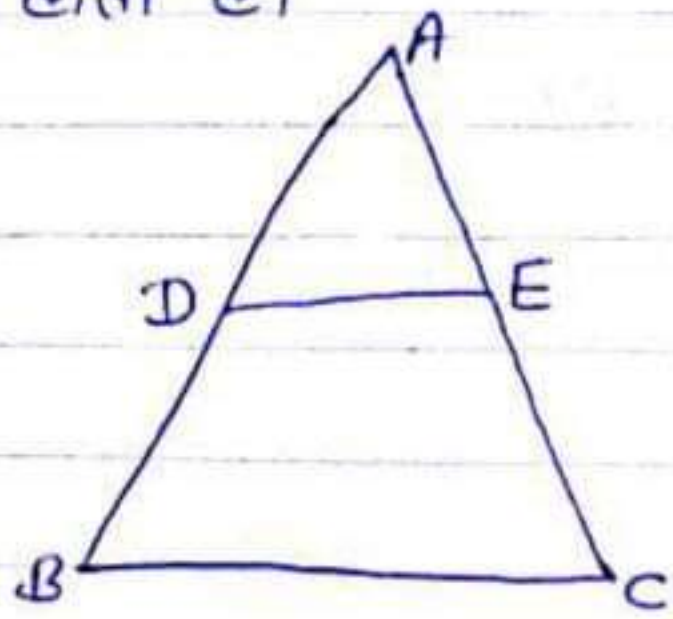
⇒ दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात इनके संगत शीर्षलम्बों के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

⇒ दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल का अनुपात उनकी संगत माध्यिकाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

⇒ किसी समचतुर्भुज में उसकी भुजाओं के वर्गों का योग उसके विकर्णों के वर्गों के योग के बराबर होता है।

Scanned by CamScanner

⇒ किसी त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी भुजा के समान्तर व उसकी आधी होती है।



यहाँ D और E क्रमशः भुजाएं AB तथा AC के मध्य बिन्दु है।

यहाँ $BC \parallel DE$ तथा $DE = \frac{1}{2} BC$ है।

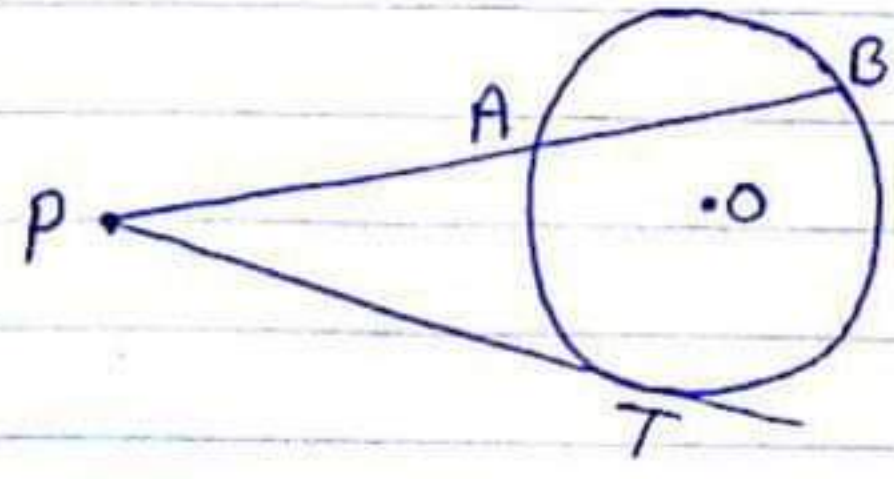
⇒ किसी आयत की क्रमागत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने पर बनने वाला चतुर्भुज समचतुर्भुज होता है।

⇒ किसी समचतुर्भुज की क्रमागत भुजाओं के मध्य बिन्दुओ को मिलाने पर बनने वाला चतुर्भुज एक आयत होता है।

⇒ एक वर्ग की क्रमागत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने पर बनने वाला चतुर्भुज एक वर्ग ही होता है।

⇒ एक किसी भी चतुर्भुज की क्रमागत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने पर बनने वाला चतुर्भुज एक समांतर चतुर्भुज होता है।

⇒ यदि PAB वृत्त की एक छेदक रेखा है जो वृत्त को बिन्दु A और B पर काटती है तथा PT एक स्पर्श रेखा है, तो

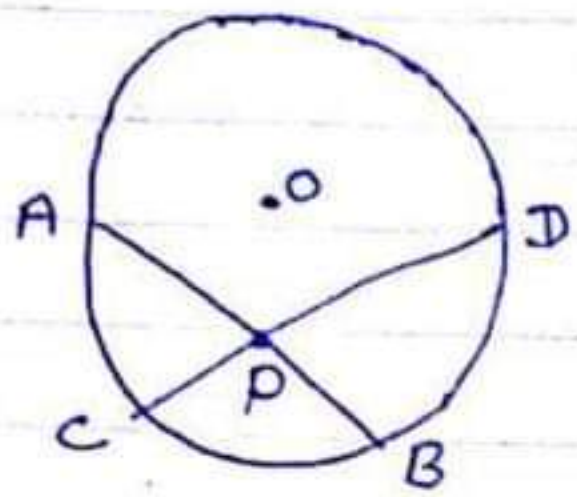


तब ⇒ $PA \times PB = PT^2$

Scanned by CamScanner

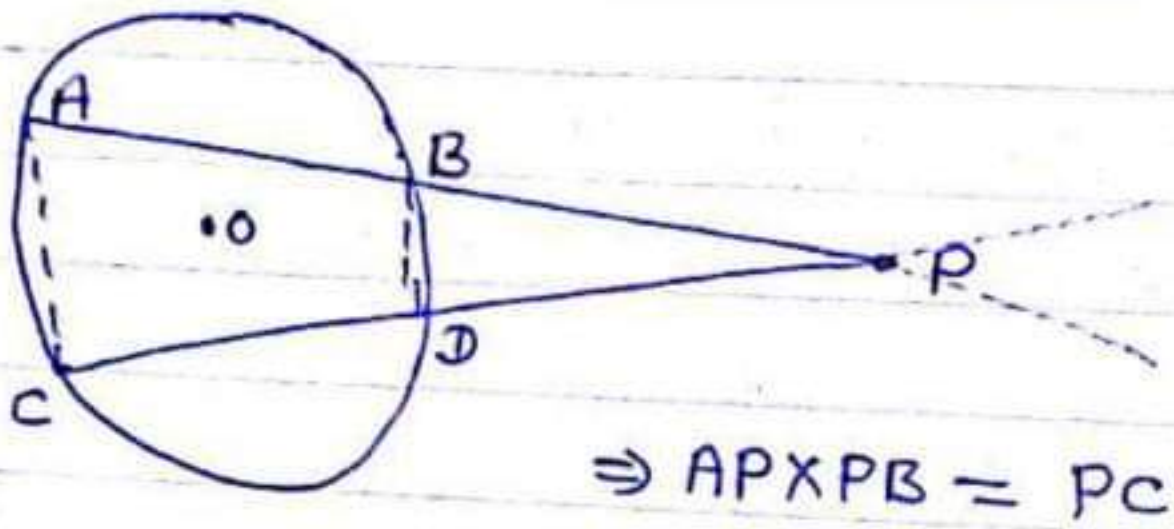
⇒ यदि वृत्त की दो जीवाएँ वृत्त के अन्दर प्रतिछेदित होती हैं या आगे बढ़ाने पर वृत्त के बाहर प्रतिछेदित होती है, तब

I



⇒ $AP \times PB = CP \times PD$

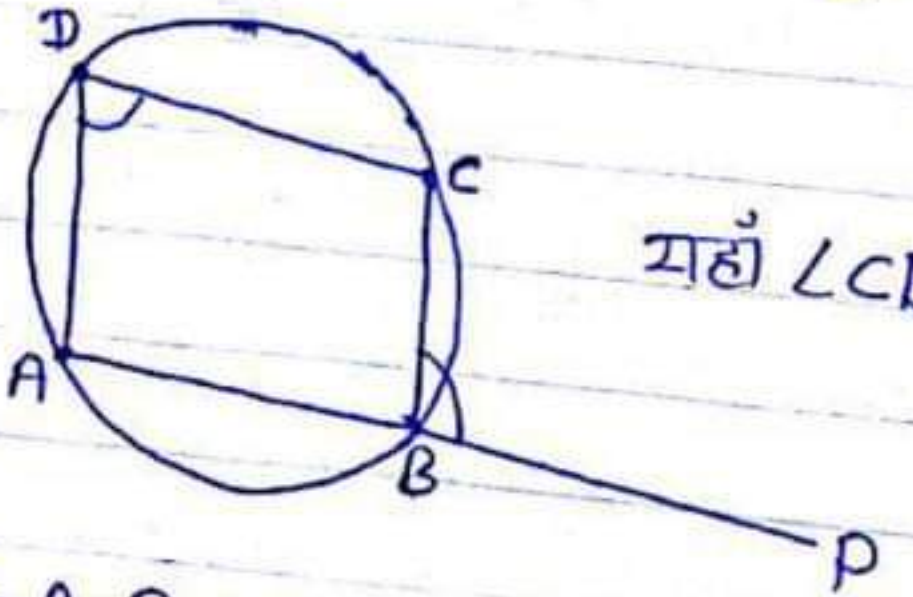
II



⇒ $AP \times PB = PC \times PD$

⇒ किसी चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख युग्म कोणों का योग 180° होता है।

⇒ चक्रिय चतुर्भुज की किसी एक भुजा को आगे बढ़ाने पर बनने वाला बहिष्कोण उसके अन्तराभिमुख कोण के बराबर होता है।

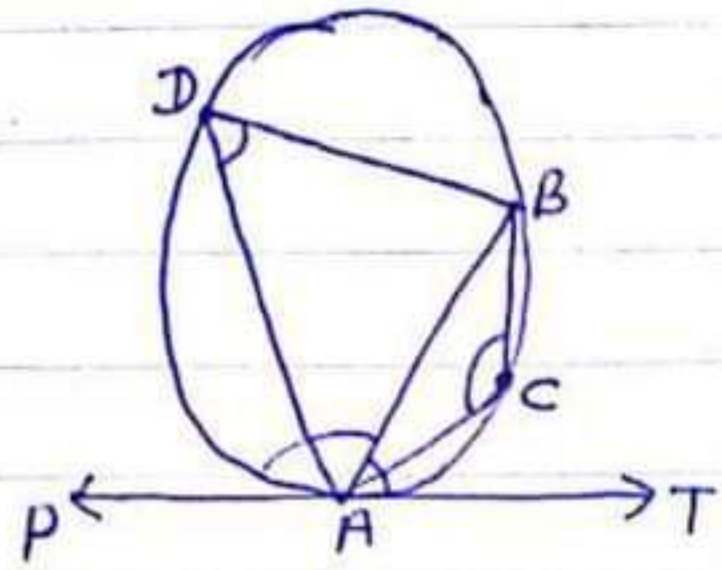


यहाँ $\angle CBP = \angle ADC$ होता है।

⇒ किसी त्रिभुज की माध्यिकाओं का गुरुत्व केन्द्र उन माध्यिकाओं को 2:1 में विभाजित करता है।

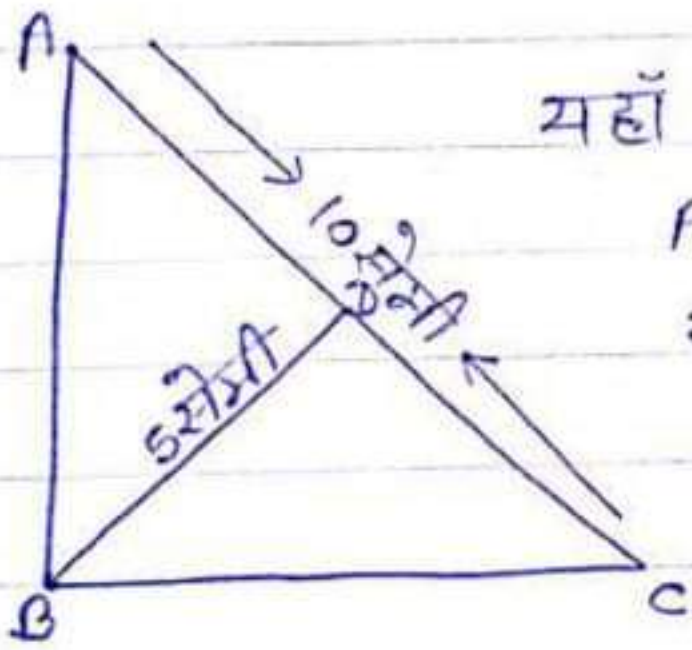
Scanned by CamScanner

⇒ किसी वृत्त की जीवा और जीवा के अन्त्य बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा के बीच के कोण का सम्मुख वृत्तखण्ड उस कोण का एकान्तर वृत्तखण्ड कहलाता है।



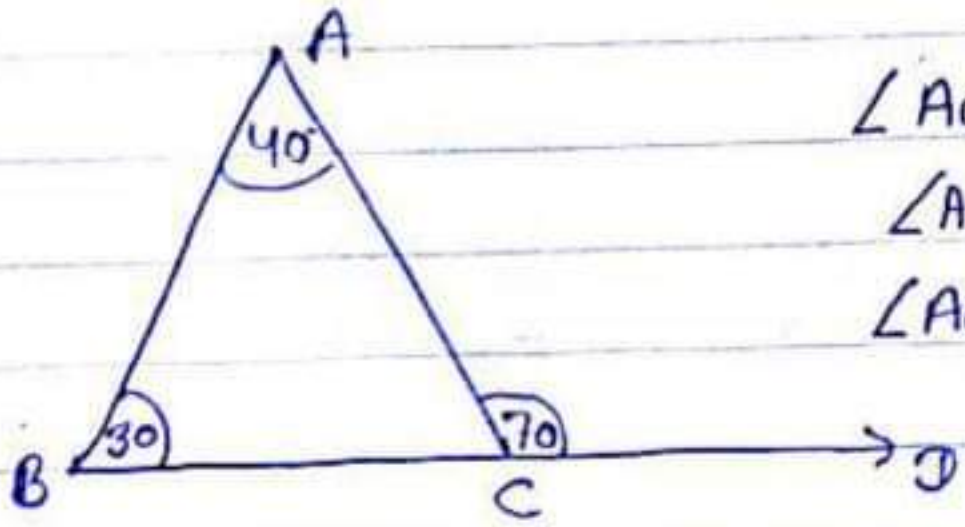
यहाँ $\angle BAT = \angle ADB$ है तथा
$\angle PAB = \angle ACB$ है।

⇒ किसी समकोण त्रिभुज के कर्ण के मध्य बिन्दु को समकोण के शीर्ष से मिलाने वाली रेखा कर्ण की आधी होती है।



यहाँ AC का मध्य बिन्दु 'D' है तथा
$AC = 10$ सेमी हो तो $BD = \frac{1}{2} AC$
अर्थात् 5 सेमी होगी।

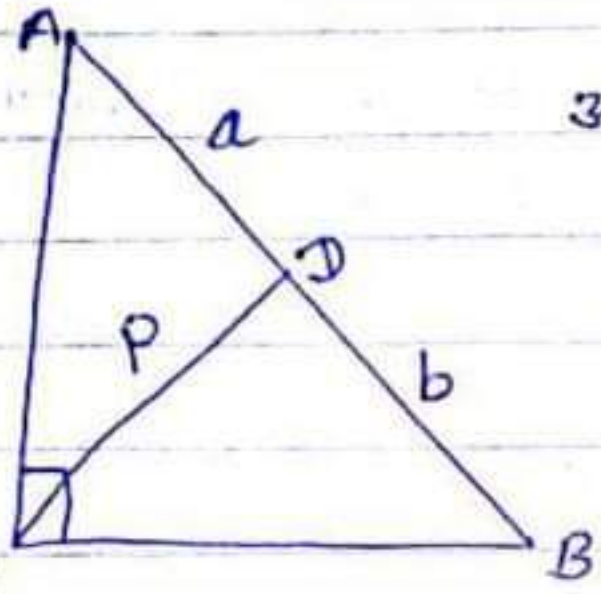
⇒ किसी त्रिभुज की एक भुजा को आगे बढ़ाने पर बना हुआ बहिष्कोण उस त्रिभुज के अन्तराभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है।



$\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$
$\angle ACD = 30° + 40°$
$\angle ACD = 70°$

Scanned by CamScanner

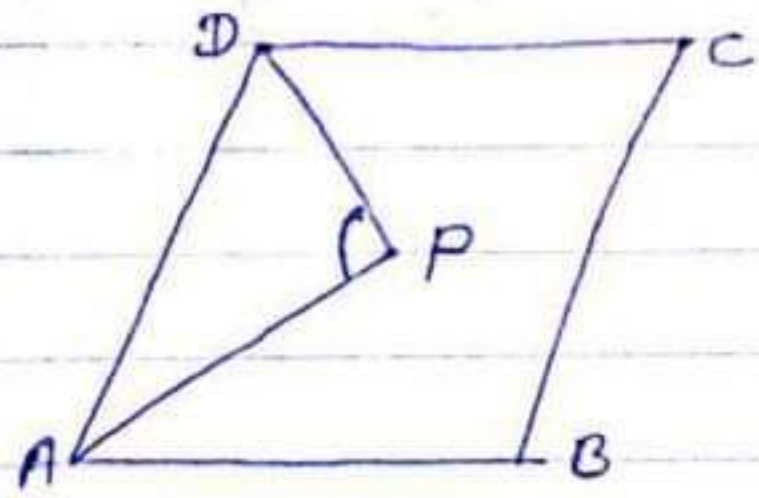
⇒ किसी त्रिभुज ABC में ∠C समकोण है, शीर्ष C से AB पर डाले गये लम्ब की लम्बाई P है तथा AD = a, DB = b हो, तो $P = \sqrt{ab}$ होता है।



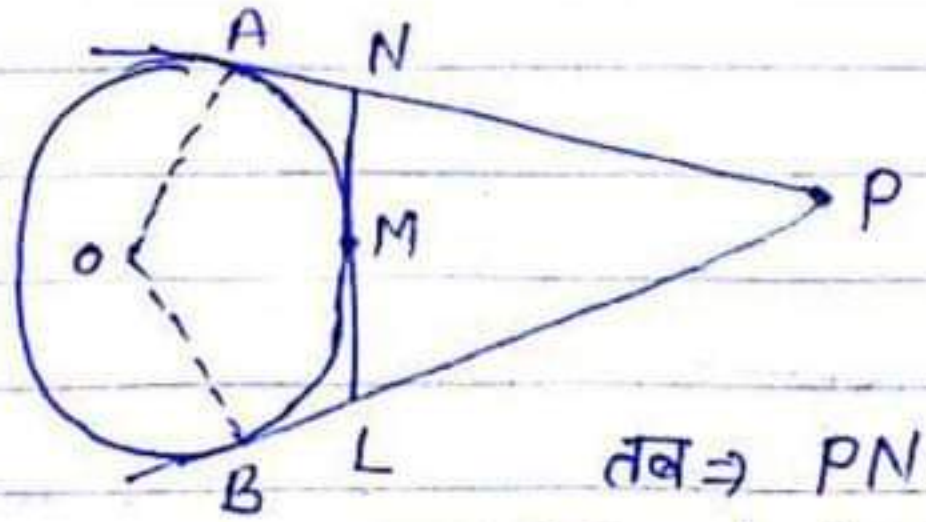
अतः $P = \sqrt{ab}$ होता है।

⇒ एक चतुर्भुज ABCD में ∠A व ∠D के समद्विभाजक बिन्दु 'P' पर मिलते है, तो

$$\angle APD = \frac{\angle B + \angle C}{2}$$



⇒ 'O' वृत्त के केन्द्र में PA व PB वृत्त की स्पर्श रेखाएँ है, चित्र देखें

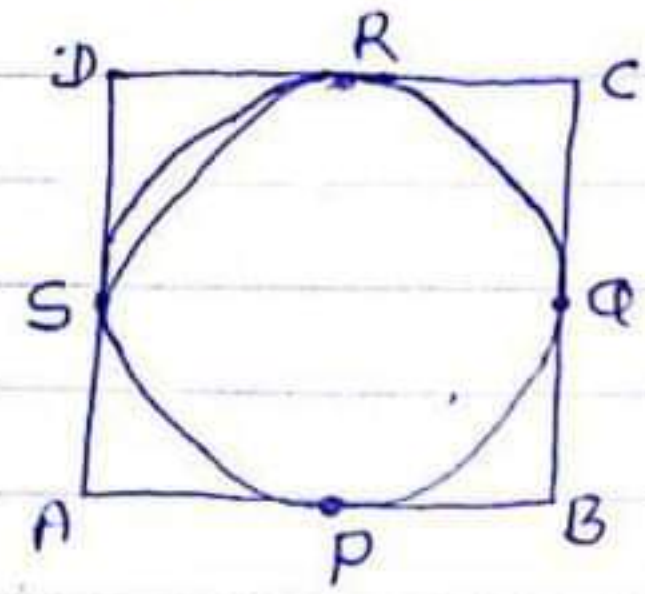


तब ⇒ PN + MN = PL + LM होगा।

तथा AP = $\frac{1}{2}$ ΔPLN का परिमाप होगा।

Scanned by CamScanner

⇒ यदि एक चतुर्भुज की भुजायें (सभी भुजायें) किसी वृत्त को स्पर्श करती हैं तो उसकी सम्मुख भुजाओं का योग परस्पर बराबर होता है।



अतः यहाँ $AB+CD = BC+AD$ होगा

⇒ दो बराबर के वृत्त एक दूसरे के केन्द्र से गुजरते हैं तथा उनकी त्रिज्या 'r' सेमी है, तो उनकी उभयनिष्ठ जीवा की लम्बाई होगी

$= r\sqrt{3}$ सेमी अर्थात (त्रिज्या $\sqrt{3}$)

⇒ किसी सरल रेखा $ax+by+c=0$ समीकरण द्वारा तथा अक्षों के साथ बनाये गये त्रिभुज का क्षेत्रफल

$= \frac{c^2}{2ab}$ होता है।

Example ⇒ सरल रेखा $3x+2y=6$ और निर्देशांक अक्षों से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल कितना होगा?

$= \frac{c^2}{2ab} = \frac{6\times6}{2\times3\times2} = \frac{36}{12} = 3$ वर्ग ईकाई Ans.

⇒ $\cos^2\theta + \sec^2\theta$ का न्यूनतम मान = 2 होगा।

Scanned by CamScanner

⇒ $\sin^4\theta + \cos^4\theta$ का अधिकतम मान = 1 होगा।

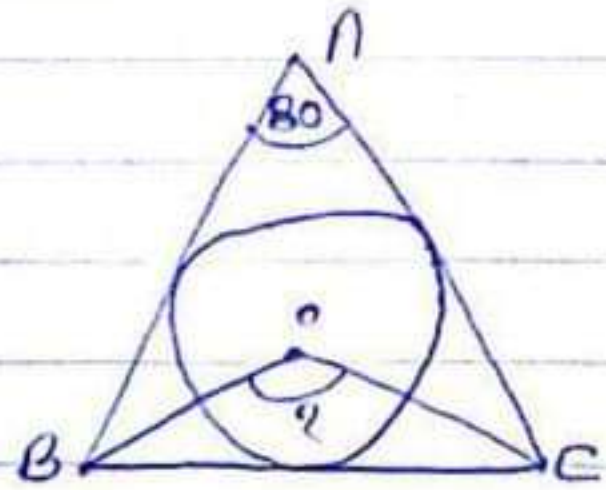
⇒ किसी मीनार के आधार से एक ही दिशा में दो बिन्दु P और Q क्रमशः 'a' तथा 'b' दूरी पर है तथा उन बिन्दुओं से मीनार के शीर्ष के कोण उन्नयन कोण परस्पर पूरक हैं, तो उस मीनार की ऊँचाई कितनी होगी?

मीनार की ऊँचाई $= \sqrt{ab}$

⇒ किसी वर्गाकार आधार वाले लम्ब पिरामिड का तिर्यक पृष्ठ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार का परिमाप $\times$ तिर्यक ऊँचाई

⇒ किसी समबाहु त्रिभुज का लम्बकेन्द्र, परिकेन्द्र तथा अन्तः केन्द्र एक ही बिन्दु पर स्थित होता है, अर्थात् संपाती होते हैं।

⇒ यदि किसी त्रिभुज ABC का अन्तः केन्द्र 'O' हो, तो $\angle BOC$ का मान होगा



$\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$

$\angle BOC = 90^\circ + \frac{80}{2}$

$\angle BOC = 90^\circ + 40^\circ$

$\angle BOC = 130^\circ$

⇒ किसी समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या $= \left(\frac{\text{भुजा}}{\sqrt{3}}\right)$ होती है।

Scanned by CamScanner

⇒ किसी समकोण त्रिभुज के परिवृत्त की त्रिज्या

$= \left(\frac{\text{कर्ण}}{2}\right)$ होती है।

⇒ किसी समकोण त्रिभुज के अन्तः वृत्त की त्रिज्या

$= \left[\frac{\text{त्रिभुज का क्षे० } \times 2}{\text{परिमाप}}\right]$ होती है।

⇒ किसी समबाहु त्रिभुज की माध्यिका

$= \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{भुजा}\right]$ होती है।

⇒ किसी समबाहु त्रिभुज के अन्तः वृत्त की त्रिज्या

$= \left[\frac{\text{भुजा}}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2}\right]$ होती है।

Trick: ⇒ $a\tan^2\theta + b\cot^2\theta$ का न्यूनतम मान होगा?

हल ⇒ $2\sqrt{ab}$

Example ⇒ $4\tan^2\theta + 9\cot^2\theta$ का न्यूनतम मान होगा?

हल: ⇒

$= 2\sqrt{ab}$ यहाँ $a=4$ तथा $b=9$ है।

$= 2\sqrt{4\times9}$

$= 2\sqrt{36}$

$= 2\times6$

$= 12$ Ans.

Scanned by CamScanner

$$\Rightarrow \tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$$\Rightarrow \cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$$

Trick ⇒ $\sec\theta + \tan\theta = 2$ हो, तो $\sec\theta$ का मान होगा?

$$\left[\frac{(\text{संख्या})^2+1}{2\times \text{संख्या}}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{(2)^2+1}{2\times 2} \Rightarrow \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4} \quad \underline{\text{Ans.}}$$

Note:- $\text{Cosec}\,\theta$ का मान भी इसी सूत्र द्वारा ज्ञात किया जायेगा।

⇒ यदि $\sec\theta + \tan\theta = \sqrt{3}$ हो, तो $\sin\theta$ का मान होगा?

हल ⇒ $\sec\theta = \frac{(\sqrt{3})^2+1}{2\times\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{3+1}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$$\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{K}{H}$$

(लम्ब)^2 = (कर्ण)^2 − (आधार)^2

$= (2)^2 - (\sqrt{3})^2$

$= 4 - 3$

लम्ब $= 1$

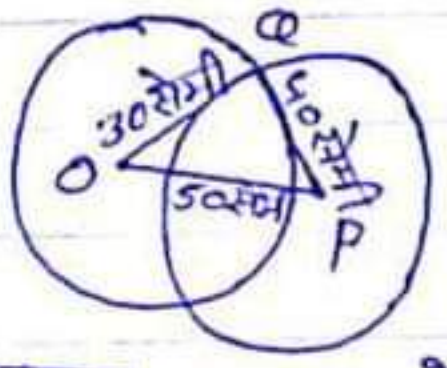
अतः $\sin\theta = \frac{L}{K}$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$ Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ दो वृत्त परस्पर प्रतिच्छेदन करते हैं तो उनकी उभयनिष्ठ जीवा की लम्बाई होगी?

$$= \frac{4 \times \text{क्षे०} (\text{त्रिभुज का})}{\text{केन्द्रों के मध्य की दूरी}}$$



Example ⇒ 30 सेमी और 40 सेमी ज्या वाले दो वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए जिनके केन्द्रों के मध्य की दूरी 50 सेमी है।

$$= \frac{4 \times \frac{1}{2} \times \text{आ०} \times \text{ऊ०}}{50}$$

$$= \frac{4 \times 4\cancel{0}^{2} \times \cancel{30}^{6}}{\cancel{50} \times 2} = 48 \text{ सेमी } \underline{\text{Ans.}}$$

⇒ किसी भी त्रिभुज का <u>परिकेन्द्र</u> शीर्षों से समान दूरी पर स्थित होता है।

⇒ जब $x + \frac{1}{x} = 1$ हो तथा प्रश्न में घातों का अन्तर 3 रहने पर परिणाम '0' होगा।

Example ⇒ $x + \frac{1}{x} = 1$ हो, तो $x^6 + x^3 + 1$ का मान कितना होगा?

हल ⇒ यहाँ x^6 तथा x^3 में घातों का अन्तर 3 है, अतः

$x^6 + x^3 = 0$ तब,

$= x^6 + x^3 + 1$

$= 0 + 1$

$= 1$ <u>Ans.</u>

Scanned by CamScanner

⇒ यदि $\sin\theta + \cos\theta = x$ हो, तो $\sin\theta - \cos\theta$ का मान होगा ?

$$\sin\theta - \cos\theta = \sqrt{2 - x^2}$$

Example :⇒ $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ हो, तो $\sin\theta - \cos\theta$ का मान है ?

$$\sin\theta - \cos\theta = \sqrt{2 - x^2}$$
$$= \sqrt{2 - (2)^2}$$
$$= \sqrt{2 - 2}$$
$$= 0 \quad \underline{Ans.}$$

समचतुष्फलक ⇒

① पार्श्व पृष्ठ का क्षे० $= \left[\frac{3\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2\right]$

② संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० $= \left[\sqrt{3} \times \text{भुजा}^2\right]$

③ आयतन $= \left[\frac{\sqrt{2}}{12} \times \text{भुजा}^3\right]$

④ ऊँचाई $= \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \times \text{भुजा}\right]$

⇒ समकोण त्रिभुज की सबसे बडी भुजा कर्ण होती है।

⇒ किसी त्रिभुज का बहिष्कोण हमेशा किसी एक अभिमुख अन्तः कोण से बड़ा होता है।

Scanned by CamScanner

⇒ आयत के विकर्ण बराबर होते है तथा एक-दूसरे को सम-द्विभाजित करते है।

⇒ विकर्ण पर बने वर्ग का क्षेत्रफल पहले क्षेत्रफल का दुगुना होता है।

⇒ वर्ग की लम्बाई व चौड़ाई समान होती है।

⇒ वर्ग का विकर्ण उसकी भुजा का √2 गुना = भुजा × √2 होता है।

⇒ यदि किसी त्रिभुज और आयत के आधार एवं ऊंचाई एक ही हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल का आधा होगा।

⇒ समकोण त्रिभुज में एक कोण 90° का होता है।

⇒ समद्विबाहु त्रिभुज में दो भुजा समान होता है।

⇒ ऐसा समकोण त्रिभुज जिसमें दो भुजा समान हो समद्विबाहु समकोण त्रिभुज कहलाता है।

⇒ समबाहु त्रिभुज की तीनो भुजायें समान होती है।

⇒ समषष्ठ भुज की सभी भुजायें समान होती हैं अर्थात् समषष्ठ भुज 6 समबाहु त्रिभुजों से मिलकर बना होता है।

⇒ ऐसा चतुर्भुज जिसमें आमने-सामने की भुजायें समान होने के साथ-साथ समानांतर भी हो, समानांतर चतुर्भुज कहलाता है।
⇒ एक आयत को समानान्तर चतुर्भुज कह सकते हैं परन्तु समानांतर चतुर्भुज को आयत नहीं कह सकते।

Scanned by CamScanner

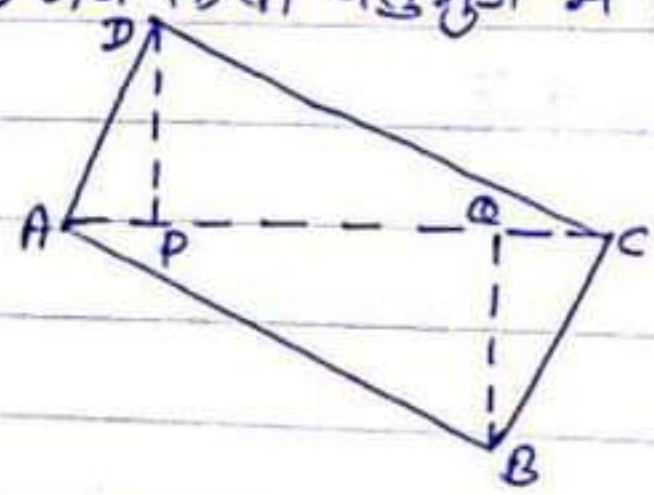
⇒ समानांतर चतुर्भुज का प्रत्येक विकर्ण उसे दो समान भागों में विभाजित करता है।

⇒ ऐसा चतुर्भुज जिसकी सभी भुजायें तथा सम्मुख कोण समान हो, समचतुर्भुज कहलाता है।

⇒ समचतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

⇒ ऐसा चतुर्भुज जिसमें दो समान्तर भुजायें, आधार के साथ समकोण बनायें, समलम्ब चतुर्भुज कहलाता है।

⇒ जब किसी चतुर्भुज मे विकर्ण और उस पर लम्ब डाले गये हों, तो



चतुर्भुज का क्षे० = $\frac{1}{2}$ × विकर्ण × विकर्ण पर डाले गये लम्बों का योग

⇒ व्यास वृत्त की सबसे बडी जीवा होती है।

⇒ जब आयत का परिमाप और वर्ग का परिमाप समान हो, तो वर्ग का क्षेत्रफल अधिक होगा।

⇒ यदि आयत, वृत्त, त्रिभुज व चतुर्भुज का परिमाप/परिमिति समान हो, तो इनमें वृत्त का क्षेत्रफल सबसे अधिक होगा।

Scanned by CamScanner

⇒ यदि वृत्त की परिधि व वर्ग का परिमाप समान हो, तो उनके क्षेत्रफलों के मध्य 14:11 का अनुपात होगा।

⇒ वर्ग के विकर्ण पर बना वर्ग पहले वर्ग के क्षेत्रफल का दुगुना होता है।

⇒ समकोण त्रिभुज की भुजाओं तथा आयत की भुजाओ व विकर्ण के मध्य सम्बन्ध

एक भुजा	दूसरी भुजा	कर्ण / विकर्ण
3	4	5
6	8	10
5	12	13
8	15	17
9	12	15
7	24	25
9	40	41

⇒ वृत्त की त्रिज्या को दोगुना कर दिया जाये तो अब इसका क्षेत्रफल, पहले क्षेत्रफल का कितना गुना हो जायेगा ? [दोगुना = 100% वृद्धि]

$$\text{क्षेत्रफल पर प्रभाव} = \frac{(100 \pm A) \times (100 \pm B)}{100}$$

$$= \frac{(100+100) \times (100+100)}{100} = \frac{200 \times 200}{100} = 400\%$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \frac{400}{100} = 4 \text{ गुना}$$

⇒ यहाँ त्रिज्या में, व्यास मे या परिधि में कमी/वृद्धि % हो और क्षेत्रफल पर प्रभाव पूछे तो यही सूत्र होगा, क्योंकि तीनों का आपस में एक ही सम्बन्ध होता है।

Scanned by CamScanner

⇒ यदि किसी वृत्त की त्रिज्या या व्यास में कुछ कमी/वृद्धि % हो रही है, तो परिधि में भी उतनी ही कमी/वृद्धि % होगी।

⇒ समबाहु त्रिभुज या वर्ग अर्थात् जिसकी भुजायें समान हों, तो उसकी भुजा में जितनी कमी/वृद्धि % होगी उतनी ही कमी/वृद्धि % उसके परिमाप में होगी।

⇒ कोई वस्तु जितना स्थान घेरती है, उसे उस वस्तु का आयतन कहते हैं।

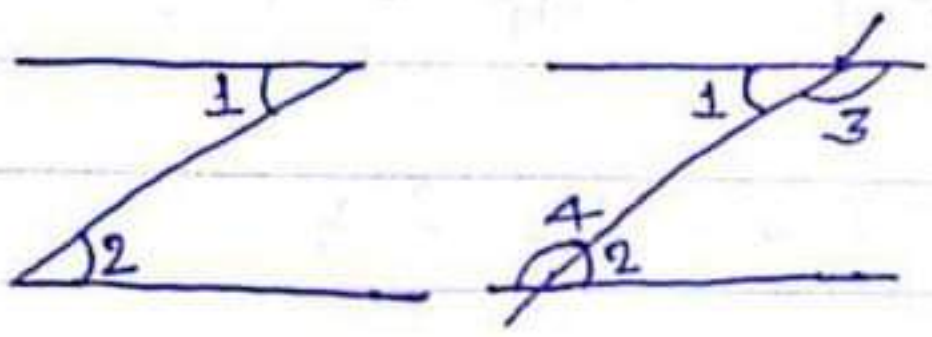
⇒ घन तथा घनाभ में 12 किनारें, 6 सतह (फलक) तथा 8 कोने होते हैं।

⇒ एक सरल रेखा पर अनन्त बिन्दु होते है।
⇒ एक बिन्दु से अनन्त रेखायें खींची जा सकती है।
⇒ दो भिन्न बिन्दुओं से केवल एक रेखा गुजर सकती हैं।
⇒ दो भिन्न रेखाओं में एक से अधिक बिन्दु उभयनिष्ठ नहीं हो सकते हैं।

⇒ 90° से कम के कोण को न्यूनकोण कहते हैं।
⇒ 90° के कोण को समकोण कहते हैं।
⇒ 90° से अधिक परन्तु 180° से कम के कोण को अधिक कोण कहते है।
⇒ 180° के कोण को सरल कोण या ऋजु कोण कहते हैं।
⇒ 180° से अधिक परन्तु 360° से कम के कोण को वृहत् कोण कहते हैं। (प्रतिवर्ती कोण)
⇒ जब दो कोणों का योग 90° हो, तो उन्हे पूरक कोण कहा जाता है।

Scanned by CamScanner

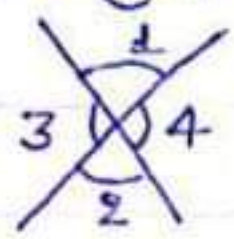
⇒ <u>एकान्तर कोण</u> ⇒ जब दो समांतरेखाओं को कोई तिर्यक रेखा काटती है, तो विपरीत ओर बनने वाले अन्तः कोण <u>एकान्तर कोण</u> कहलाते हैं। अर्थात् Z की स्थिति में बनने वाले एकान्तर कोण आपस में समान होते हैं।



$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$

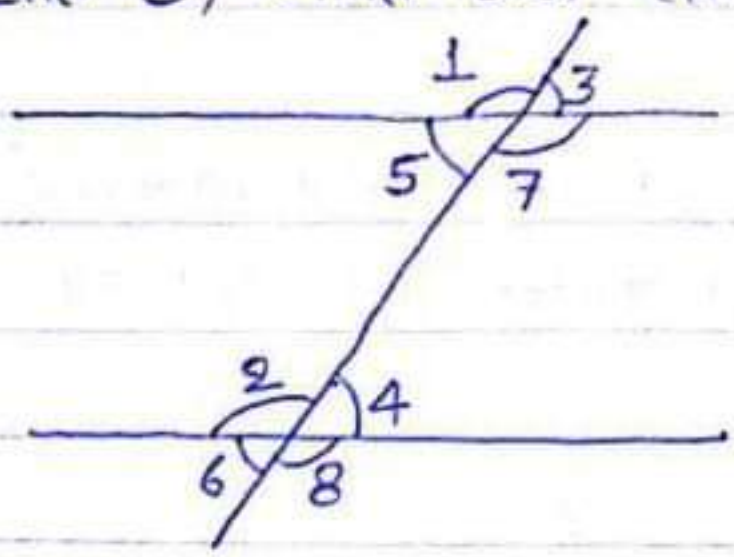
⇒ <u>शीर्षाभिमुख कोण</u> ⇒ जब दो तिर्यक रेखायें एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करें तो देश्न बिन्दु पर विपरीत ओर बने कोण शीर्षाभिमुख कोण कहलाते है। शीर्षाभिमुख कोण समान होते है।



$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$

⇒ <u>संगत कोण</u> ⇒ जब दो समान्तर रेखाओं को कोई तिर्यक रेखा काटती है तो एक ही ओर तथा एक ही स्थिति में बनने वाले कोण संगत कोण कहलाते है। संगत कोण समान होते है।



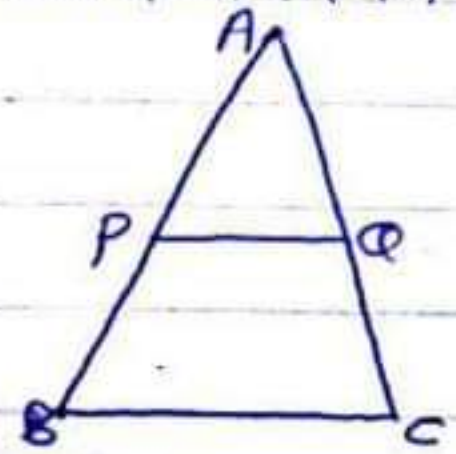
$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$

$\angle 5 = \angle 6$

$\angle 7 = \angle 8$

⇒ किसी समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी रेखा के समांतर हो तो वह तीसरी भुजा की आधी होगी।

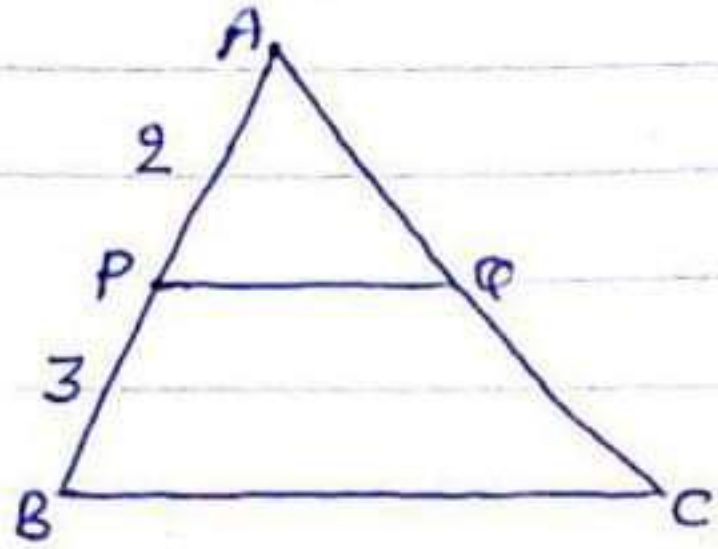


यदि $BC = 10$ सेमी. हो,

तो $PQ = 5$ सेमी. होगी।

Scanned by CamScanner

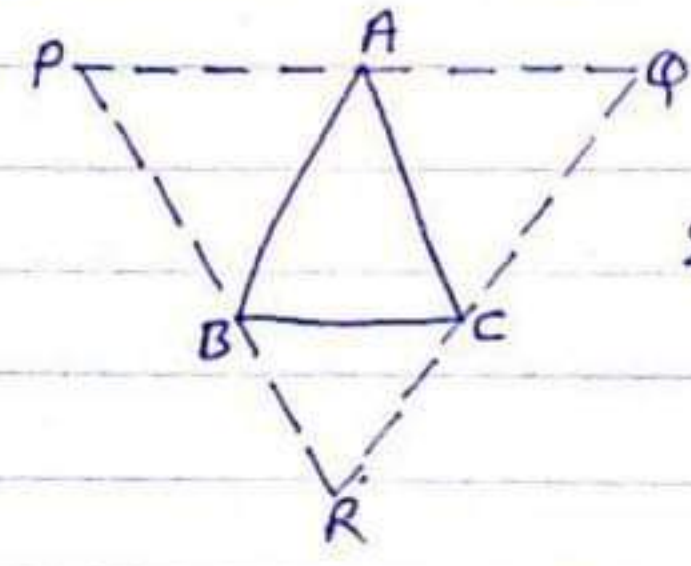
⇒ किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को मिलाने वाली रेखा तीसरी रेखा के समांतर हो, तो वह शेष भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करेगी।



ΔABC में $AC = 20$ सेमी. हो तो QC की माप बताओ, तो AQ : QC भी 2:3 होगा।

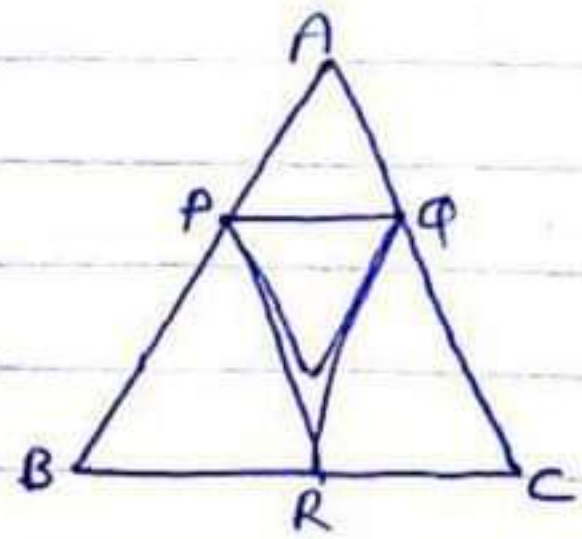
$$QC = \frac{3}{5} \times 20 = 12 \text{ सेमी.}$$

⇒ किसी त्रिभुज के तीनों शीर्षों से अलग-अलग खींची गई रेखायें जो सम्मुख भुजाओं के समांतर हो, तो इनसे बने त्रिभुज का परिमाप, मूल त्रिभुज के परिमाप का दोगुना होता है।



$2\Delta ABC$ परिमाप = ΔPQR परिमाप

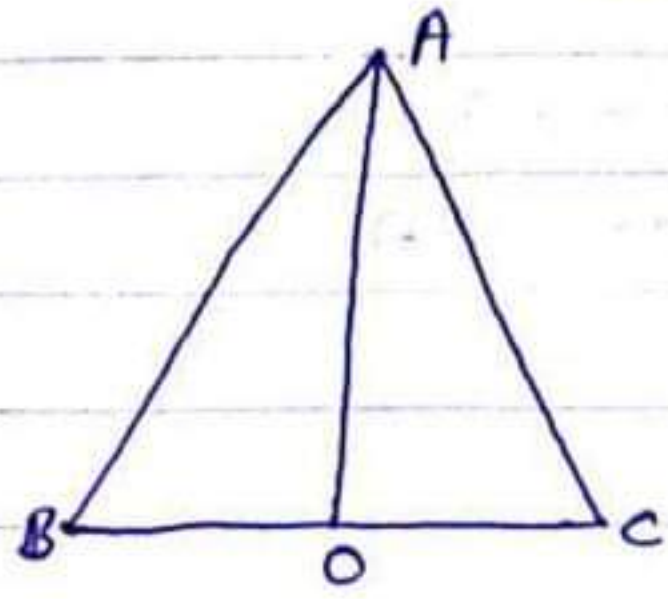
⇒ किसी त्रिभुज की तीनों भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल मूल क्षेत्रफल का चौथाई होता है।



ΔPQR का क्षे० = $\frac{1}{4}$ ΔABC का क्षे०

Scanned by CamScanner

⇒ किसी त्रिभुज के शीर्ष और सम्मुख भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाले रेखाखण्ड को <u>त्रिभुज की माध्यिका</u> कहते हैं।

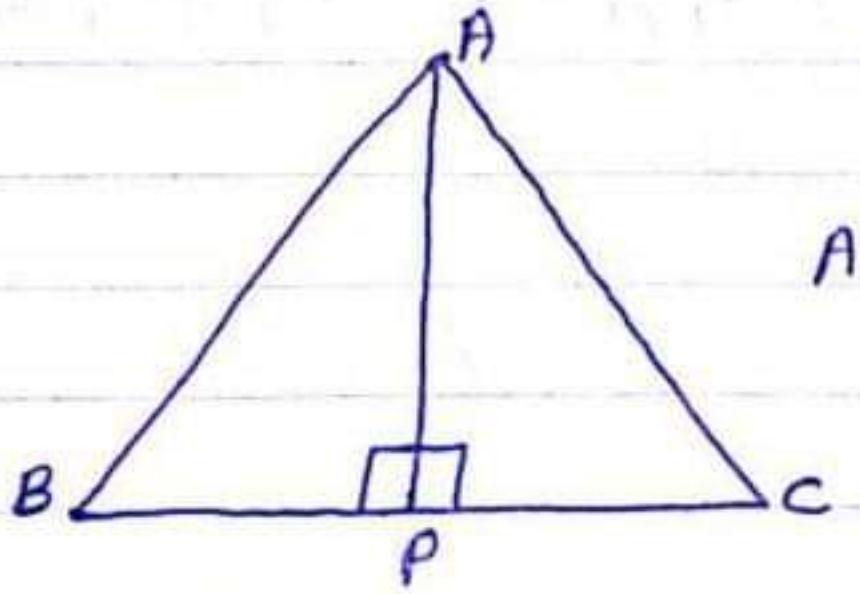


AO = माध्यिका

BO = OC

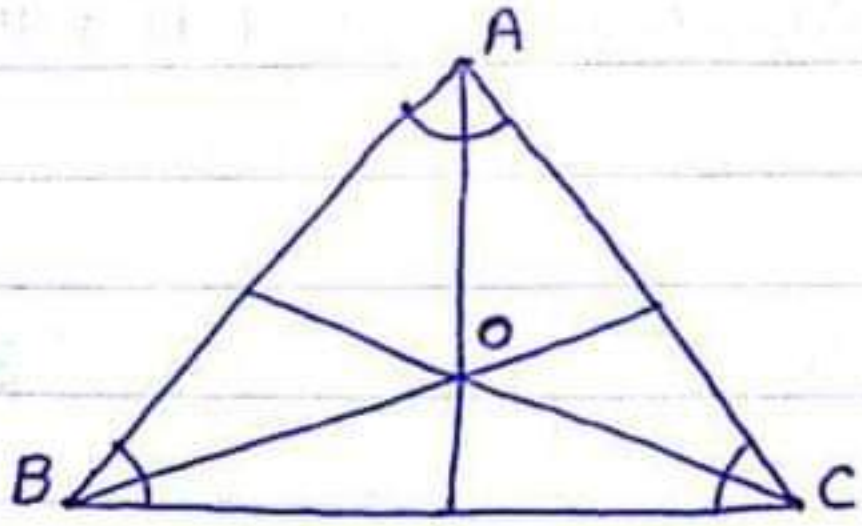
∠BAO = ∠OAC

⇒ त्रिभुज के किसी शीर्ष से सम्मुख भुजा पर डाले गये लम्ब को त्रिभुज का <u>शीर्ष लम्ब</u> कहते हैं।



AP = लम्ब

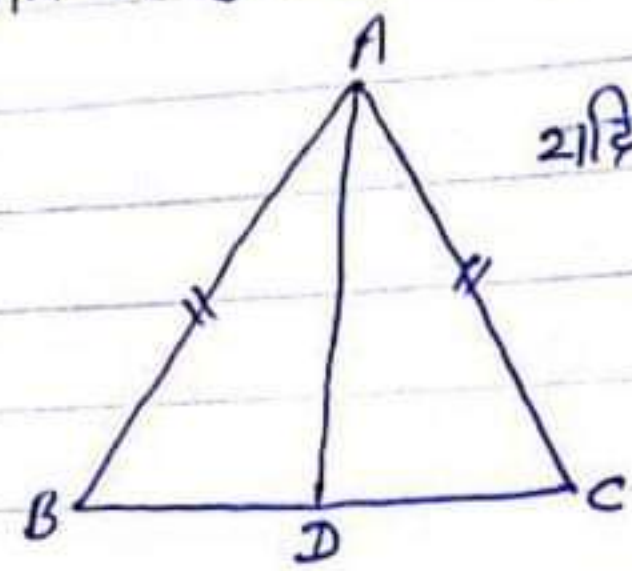
⇒ त्रिभुज के कोणों के समद्विभाजक जिस बिन्दु पर मिलते हैं, उसे त्रिभुज का <u>अन्तः केन्द्र</u> कहते हैं।



⇒ त्रिभुज की माध्यिकाओं को मिलाने वाले बिन्दु को त्रिभुज का <u>केन्द्रक</u> या <u>माध्य केन्द्र</u> या <u>गुरुत्व केन्द्र</u> कहते हैं।

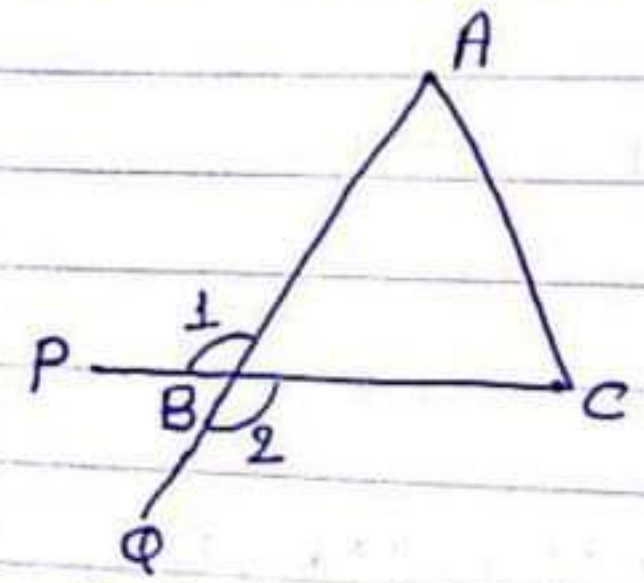
Scanned by CamScanner

⇒ यदि किसी त्रिभुज के दो कोण आपस में बराबर हों, तो उन कोणों की सामने की भुजायें भी बराबर होगी।



यदि $\angle B = \angle C$ तो,
$AC = AB$

⇒ त्रिभुज के किसी भी शीर्ष पर दो बहिष्कोण होते हैं और वे परस्पर बराबर होते हैं। चित्र में $\angle ABP = \angle CBQ$ है, क्योंकि $\angle ABP$ तथा $\angle CBQ$ दोनों शीर्ष B पर बने बहिष्कोण हैं।



$\angle 1 = \angle 2$

⇒ समांतर चतुर्भुज के दोनों विकर्ण उसे चार त्रिभुजों में विभाजित करते हैं, जिसमें एक-एक जोड़ा त्रिभुज क्षेत्रफल में आपस में बराबर होता है।

⇒ समांतर चतुर्भुज के दो क्रमागत कोणों का योग 180° होता है।

⇒ यदि समांतर चतुर्भुज के विकर्णों की लंबाईयाँ समान हों, तथा वे एक-दूसरे पर लम्ब हो, तो वह वर्ग कहलायेगा।

⇒ विषमकोण चतुर्भुज के आमने-सामने के कोण बराबर होते हैं।

Scanned by CamScanner

⇒ अर्थात की आसन्न भुजाओं के वर्गों का योग किसी एक कर्ण पर के वर्ग के बराबर होता है।

⇒ विषमकोण समचतुर्भुज के एक ही ओर के कोण सम्पूरक होते हैं।

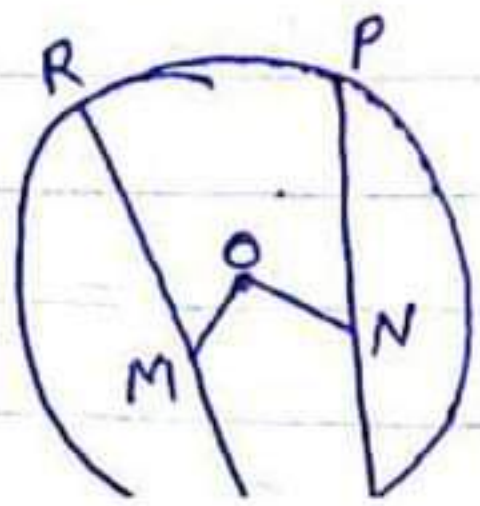
⇒ विषमकोण समचतुर्भुज के विकर्ण भीतर ही एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

⇒ विषमकोण समचतुर्भुज के दोनों विकर्ण बराबर नहीं होते हैं, लेकिन वे एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

⇒ वृत्त का सबसे बड़ा चापकर्ण (जीवा) व्यास होता है।
⇒ किसी वृत्त में अनगिनत त्रिज्या तथा व्यास होते है।
⇒ वृत्त का व्यास त्रिज्या का दुगुना होता है।

⇒ वृत्त में समान लम्बाई की जीवायें केन्द्र पर समान कोण बनाती है।
⇒ वृत्त में वे जीवायें जो अपने केन्द्र पर समान कोण बनाती है, वे जीवायें लम्बाई में समान होती है।

⇒ वृत्त के केन्द्र से समदूरस्थ जीवायें लम्बाई में समान होती हैं।
⇒ वृत्त में समान लम्बाई की जीवायें केन्द्र के समदूरस्थ होती हैं।



यदि OM = ON हो, तो
PQ = RS होगी।

Scanned by CamScanner

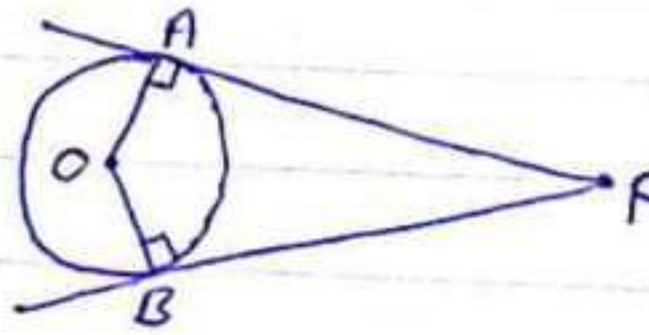
⇒ यदि किसी कोण का शीर्ष बिन्दु वृत्त के केन्द्र पर हो, तो उसे केन्द्रीय कोण या केन्द्र पर बनने वाला कोण कहते है।

⇒ अर्द्ध वृत्त पर अनगिनत कोण बनाये जा सकते हैं।
⇒ अर्द्ध वृत्त पर प्रत्येक कोण समकोण होता है।

⇒ यदि दो वृत्त एक-दूसरे को स्पर्श करते हो, तो स्पर्श बिन्दु उनके केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा पर स्थित होता है।

⇒ वृत्त की परिधि पर स्थित किसी एक बिन्दु पर केवल एक ही स्पर्श रेखा खींची जा सकती हैं। क्योंकि स्पर्श रेखा वृत्त की त्रिज्या पर लम्ब होती है अर्थात् 90° का कोण बनाती है।

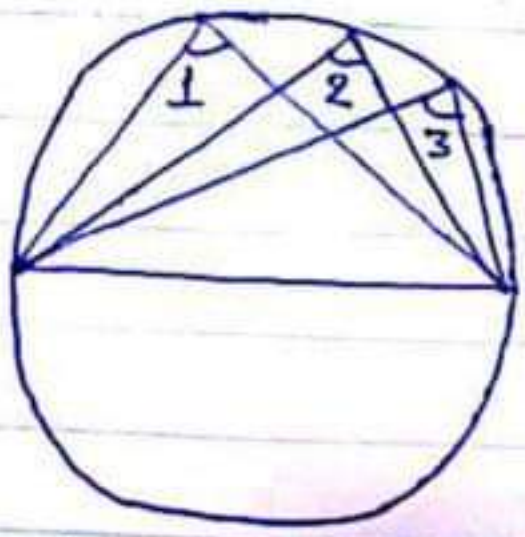
⇒ किसी एक बाह्य बिन्दु से किसी एक वृत्त पर अधिक से अधिक दो स्पर्श रेखायें खींची जा सकती है और वे लम्बाई में समान होगी।



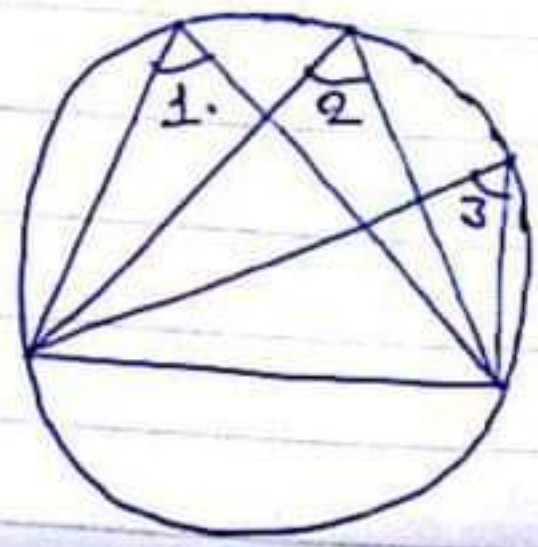
$OA = OB$

$\angle AOB + \angle APB = 180°$

⇒ वृत्त के व्यास द्वारा परिधि पर बनने वाले कोण समकोण होते हैं।
⇒ वृत्त की जीवा द्वारा परिधि पर एक ओर बनने वाले कोण समान होते हैं।



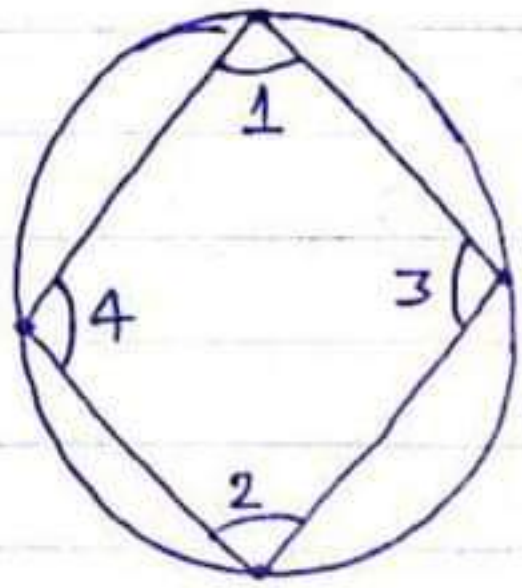
$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 90°$



$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$

Scanned by CamScanner

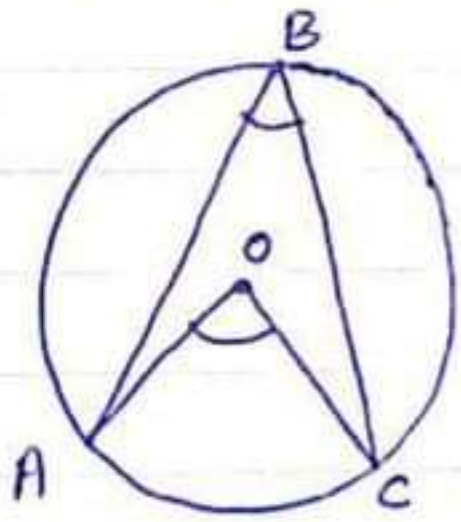
⇒ चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।



$\angle 1 + \angle 2 = 180°$

$\angle 3 + \angle 4 = 180°$

⇒ किसी वृत्त के केन्द्र की चाप अन्तरित कोण परिधि की चाप द्वारा अन्तरित कोण का दुगुना होता है अर्थात् केन्द्र पर बनने वाला कोण, परिधि पर बनने वाले कोण का दोगुना होता है।



$\angle AOC = 2\angle ABC$

⇒ सम बहुभुज में सभी अन्तः कोणों का मान = $(2n-4) \times 90°$

⇒ सम बहुभुज के सभी बहिष्कोणों का योग = 360°

⇒ किसी समबहुभुज के एक अन्तः कोण तथा एक बहिष्कोण का मान 180° होता है।

⇒ एक सम बहुभुज का प्रत्येक कोण 45° है, तो उसकी भुजाओं की संख्या है।

हल = $\frac{360}{45} = 8$ भुजाये

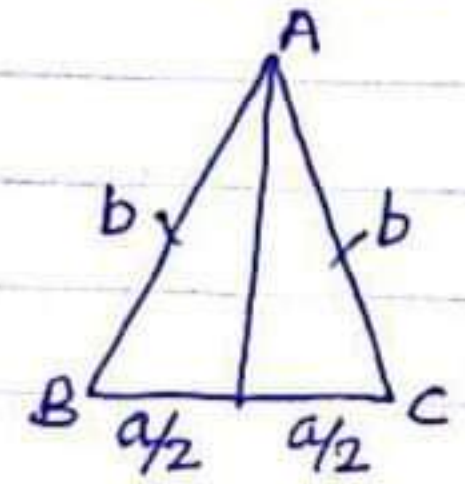
Scanned by CamScanner

⇒ किसी सम बहुभुज में विकर्णों की संख्या = $\frac{n(n-3)}{2}$

प्रश्न : षष्टभुज में विकर्णों की संख्या बताओ।

हल: ⇒ $\frac{6(6-3)}{2}$ ⇒ $\frac{6\times3}{2}$ ⇒ 9 विकर्ण Ans

⇒ समद्विबाहु त्रिभुज का क्षे० = $\frac{a}{4}\sqrt{4b^2-a^2}$



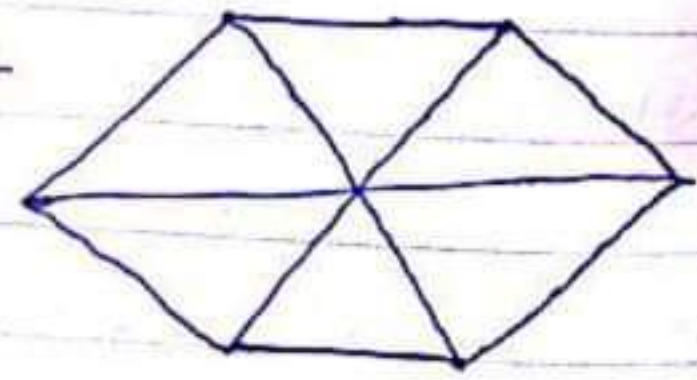
⇒ समद्विबाहु त्रिभुज का क्षे० = $s(s-b)\sqrt{s-a}$

s = अर्द्ध परिमाप

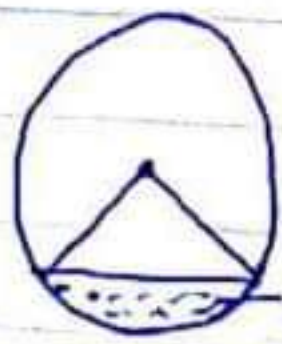
b = समान भुजायें

⇒ समद्विबाहु त्रिभुज का क्षे० = $\frac{(\text{ऊंचाई})^2}{\sqrt{3}}$

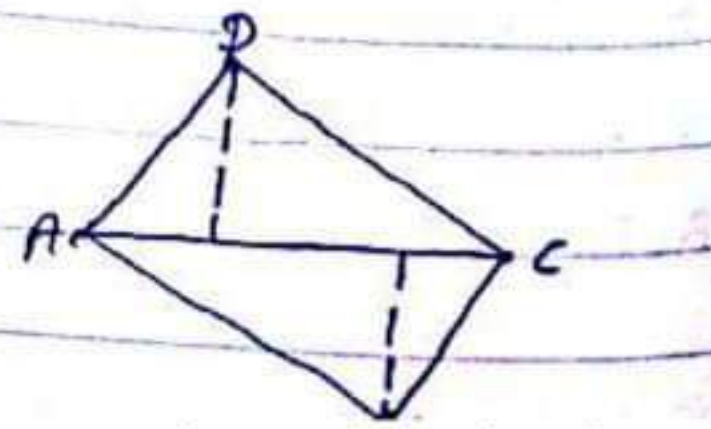
⇒ समषष्ठ भुज का क्षे० = $\frac{3\sqrt{3}}{2}\times(\text{भुजा})^2$



⇒ लघु वृत्त खण्ड का क्षे० = $\frac{\pi r^2\theta}{360^\circ} - \frac{1}{2}r^2\sin\theta$



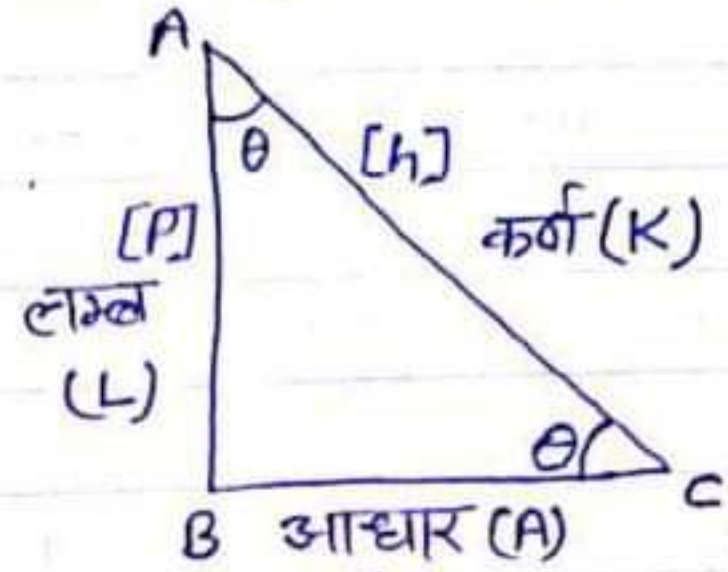
⇒ चतुर्भुज का क्षे० = $\frac{1}{2}\times$ विकर्ण $\times$ लंबो का योग



Scanned by CamScanner

त्रिकोणमिति
Trigonometry

⇒ समकोण त्रिभुज में θ के ठीक सामने वाली भुजा हमेशा लम्ब होती है। LAL / KKA



[b]

⇒ <u>त्रिकोणमितीय अनुपात</u> →

① $\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{L}{K}$

② $\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{A}{K}$

③ $\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{L}{A}$

④ $\cot\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} = \frac{A}{L}$

⑤ $\sec\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{K}{A}$

⑥ $\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{K}{L}$

⇒ <u>त्रिकोणमितीय अनुपात</u> :- $\frac{\sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \tan\theta}{\text{cosec}\,\theta \cdot \sec\theta \cdot \cot\theta}$

यहाँ $\sin\theta$, $\text{cosec}\,\theta$ का उल्टा,
$\cos\theta$, $\sec\theta$ का उल्टा,
$\tan\theta$, $\cot\theta$ का उल्टा होता है।

(i) $\sin\theta \cdot \text{cosec}\,\theta = 1$

$\sin\theta = \frac{1}{\text{cosec}\,\theta}$ तथा $\text{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

(ii) $\cos\theta \cdot \sec\theta = 1$

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ तथा $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

(iii) $\tan\theta \cdot \cot\theta = 1$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ तथा $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

Scanned by CamScanner

(iv) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ तथा $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

क्योंकि $\tan\theta$, $\cot\theta$ का उल्टा होता है।

<u>सर्व समिकायें</u> :-

(v) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ या $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

या $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

(vi) $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$ या $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

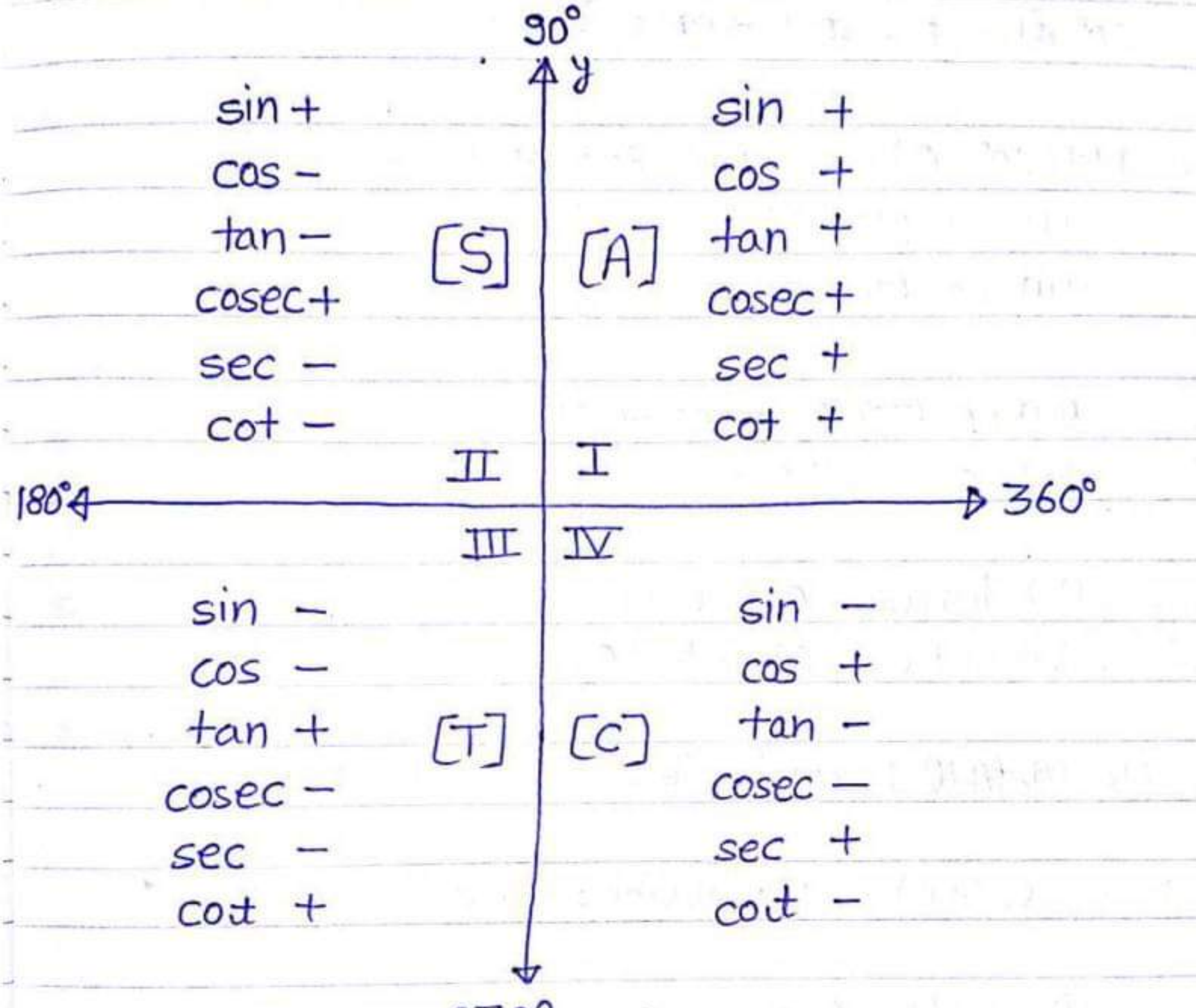
(vii) $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ या $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

कोण θ	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
	$\sqrt{\frac{0}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\sqrt{\frac{2}{4}}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{4}{4}}$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\cot\theta$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
$\operatorname{cosec}\theta$	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

Scanned by CamScanner

त्रिकोणमितीय अनुपातों को हम निम्न चार चतुर्थांशों द्वारा समझ सकते है–



⇒ इसे हम ASTC द्वारा याद रख सकते हैं।

A (All) = I चतुर्थांश में सभी मान धनात्मक हैं।

S ($\sin\theta$) = II चतुर्थांश में केवल sin व cosec धनात्मक है।

T ($\tan\theta$) = III चतुर्थांश में केवल tan व cot ही धनात्मक है।

C [$\cos\theta$] = IV चतुर्थांश में केवल cos व sec ही धनात्मक है।

Scanned by CamScanner

⇒ पूरक कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात – जब दो कोणों का योग 90° हो तो उन्हे पूरक कोण कहते हैं।

⇒ कोण $(90° - \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात –

$$\begin{bmatrix} \text{(i)} \ \sin(90° - \theta) = \cos\theta \\ \text{(ii)} \ \cos(90° - \theta) = \sin\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{(iii)} \ \sec(90° - \theta) = \operatorname{cosec}\theta \\ \text{(iv)} \ \operatorname{cosec}(90° - \theta) = \sec\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{(v)} \ \tan(90° - \theta) = \cot\theta \\ \text{(vi)} \ \cot(90° - \theta) = \tan\theta \end{bmatrix}$$

. यहाँ (A) (All) I चतुर्थांश के अनुसार सभी मान धनात्मक हैं।

⇒ कोण $(90° + \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात –

(i) $\sin(90° + \theta) = \cos\theta$

(ii) $\cos(90° + \theta) = -\sin\theta$

(iii) $\tan(90° + \theta) = -\cot\theta$

(iv) $\cot(90° + \theta) = -\tan\theta$

(v) $\sec(90° + \theta) = -\operatorname{cosec}\theta$

(vi) $\operatorname{cosec}(90° + \theta) = \sec\theta$

यहाँ C IV चतुर्थांश के अनुसार केवल cos व sec धनात्मक है।

Scanned by CamScanner

⇒ कोण $(180° - \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात –

(i) $\sin(180° - \theta) = +\sin\theta$

(ii) $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$

(iii) $\tan(180° - \theta) = -\tan\theta$

(iv) $\cot(180° - \theta) = -\cot\theta$

(v) $\sec(180° - \theta) = -\sec\theta$

(vi) $\operatorname{cosec}(180° - \theta) = +\operatorname{cosec}\theta$

यहाँ S II चतुर्थांश के अनुसार केवल $\sin\theta$ व $\operatorname{cosec}\theta$ धनात्मक है।

⇒ कोण $(180° + \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात –

(i) $\sin(180° + \theta) = -\sin\theta$

(ii) $\cos(180° + \theta) = -\cos\theta$

(iii) $\tan(180° + \theta) = \tan\theta$

(iv) $\cot(180° + \theta) = \cot\theta$

(v) $\sec(180° + \theta) = -\sec\theta$

(vi) $\operatorname{cosec}(180° + \theta) = -\operatorname{cosec}\theta$

यहाँ T III चतुर्थांश के अनुसार केवल $\tan\theta$ व $\cot\theta$ धनात्मक है।

Scanned by CamScanner

⇒ कोण $(270° - \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात –

(i) $\sin(270° - \theta) = -\cos\theta$
(ii) $\cos(270° - \theta) = -\sin\theta$

(iii) $\tan(270° - \theta) = \cot\theta$
(iv) $\cot(270° - \theta) = \tan\theta$

(v) $\sec(270° - \theta) = -\operatorname{cosec}\theta$
(vi) $\operatorname{cosec}(270° - \theta) = -\sec\theta$

यहां T III चतुर्थांश के अनुसार केवल $\tan\theta$ व $\cot\theta$ धनात्मक है।

⇒ कोण $(270° + \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात –

(i) $\sin(270° + \theta) = -\cos\theta$
(ii) $\cos(270° + \theta) = \sin\theta$

(iii) $\tan(270° + \theta) = -\cot\theta$
(iv) $\cot(270° + \theta) = -\tan\theta$

(v) $\sec(270° + \theta) = \operatorname{cosec}\theta$
(vi) $\operatorname{cosec}(270° + \theta) = -\sec\theta$

यहाँ S II चतुर्थांश के अनुसार केवल $\sin\theta$ व $\operatorname{cosec}\theta$ धनात्मक हैं।

Scanned by CamScanner

⇒ कोण $(360° - \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात –

(i) $\sin(360° - \theta) = -\sin\theta$

(ii) $\cos(360° - \theta) = \cos\theta$

(iii) $\tan(360° - \theta) = -\tan\theta$

(iv) $\cot(360° - \theta) = -\cot\theta$

(v) $\sec(360° - \theta) = \sec\theta$

(vi) $\operatorname{cosec}(360° - \theta) = -\operatorname{cosec}\theta$

यहाँ C IV चतुर्थांश के अनुसार केवल $\cos\theta$ व $\sec\theta$ धनात्मक है।

⇒ कोण $(360° + \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात –

(i) $\sin(360° + \theta) = \sin\theta$

(ii) $\cos(360° + \theta) = \cos\theta$

(iii) $\tan(360° + \theta) = \tan\theta$

(iv) $\cot(360° + \theta) = \cot\theta$

(v) $\sec(360° + \theta) = \sec\theta$

(vi) $\operatorname{cosec}(360° + \theta) = \operatorname{cosec}\theta$

यहाँ A I चतुर्थांश के अनुसार सभी मान धनात्मक है।

Scanned by CamScanner

⇒ कुछ अन्य महत्त्वपूर्ण सूत्र–

(i) $\sin 2A = 2\sin A \times \cos A = \frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$

(ii) $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 2\cos^2 A - 1 = 1 - 2\sin^2 A = \frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$

(iii) $\sin(A+B) = \sin A \times \cos B + \cos A \times \sin B$

(iv) $\sin(A-B) = \sin A \times \cos B - \cos A \times \sin B$

(v) $\cos(A+B) = \cos A \times \cos B - \sin A \times \sin B$

(vi) $\cos(A-B) = \cos A \times \cos B + \sin A \times \sin B$

(vii) $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \times \tan B}$

(viii) $\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \times \tan B}$

(ix) $\cot(A+B) = \frac{\cot A \times \cot B - 1}{\cot B + \cot A}$

(x) $\cot(A-B) = \frac{\cot A \times \cot B + 1}{\cot B - \cot A}$

(xi) $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

Scanned by CamScanner

⇒ यदि n कोई धन (+) अथवा ऋण (−) पूर्णांक हो, तो $(n \times 360° + \theta)$ होगा। विषम गुणन यहाँ $\sin\theta$ को $\cos\theta$ में व $\cos\theta$ को $\sin\theta$ में तथा $\tan\theta$ को $\cot\theta$ में व $\cot\theta$ को $\tan\theta$ में बदल देते है।

A/M गुणांक विषम का अर्थ है− $n = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$ आदि।

Q.1. <u>जैसे</u>:− $\cos 1380° = ?$

हल:− $\cos 1380° = \cos(3 \times 360° + 300)$

$= \cos 300°$

$= \cos(180° + 120°)$

$= -\cos 120°$

$[\because \cos(180° + \theta) = -\cos\theta]$

$= -\cos(90° + 30°)$

$= \sin 30°$

$= \frac{1}{2}$ <u>Ans.</u>

Q.2. <u>जैसे</u>− $\cot 495° = ?$

हल:− $\cot 495° = \cot(360° + 135°)$

$= \cot 135°$

$= \cot(90° + 45°)$

$= -\tan 45°$

$= -1$ <u>Ans.</u>

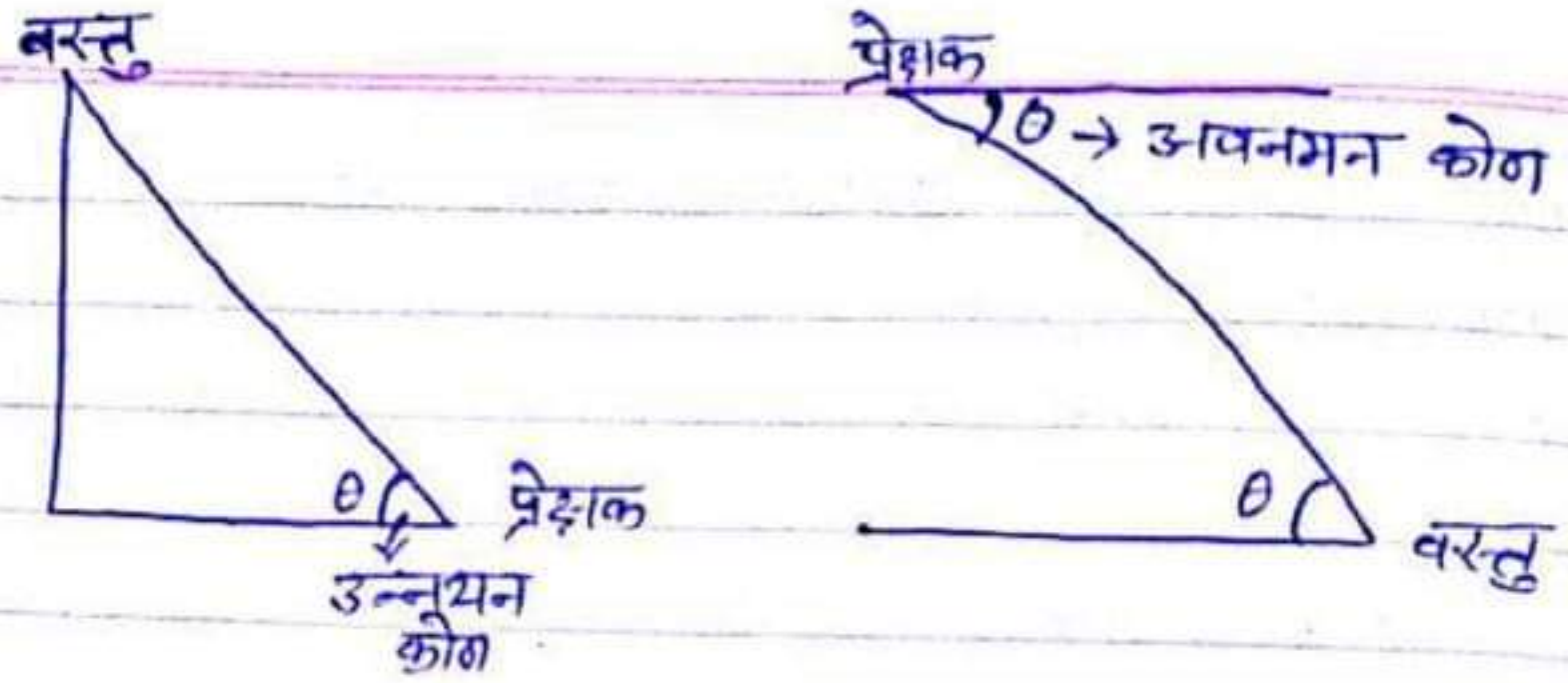
⇒ $\sec\theta$ या $\operatorname{cosec}\theta \geq 1$

⇒ $\sec\theta$ या $\operatorname{cosec}\theta \leq -1$

⇒ $-1 \leq \sin\theta$ या $\cos\theta \leq +1$

⇒ $-\alpha \leq \tan\theta = \cot\theta \leq \alpha$

Scanned by CamScanner



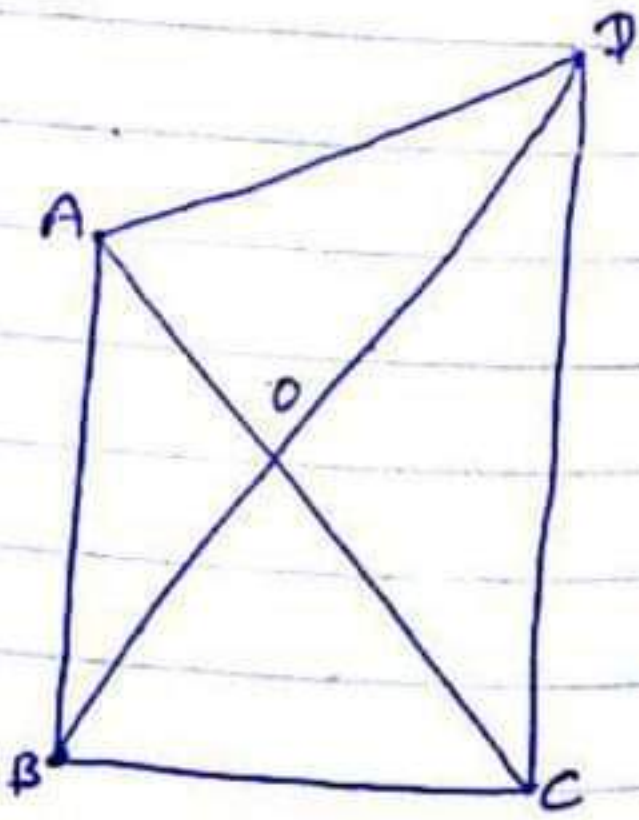
⇒ किसी बहुभुज के अन्तः कोणों का योग = $(n-2)\times 180°$
या $(2n-4)\times 90°$

⇒ किसी सम बहुभुज का प्रत्येक अन्तः कोण = $\frac{(n-2)\times 180}{n}$

⇒ किसी बहुभुज के अन्तः कोण का योग एवं बहिष्य कोण के योग का अनुपात = $(n-2) : 2$ होता है।

समचतुष्फलक

⇒ प्रत्येक फलक या सतह समबाहु Δ के आकार का होता है। एक आधार तथा तीन पार्श्व सतह होता है।



⇒ पार्श्व पृष्ठ का क्षे० = $\frac{3\sqrt{3}}{4}\times(\text{भुजा})^2$

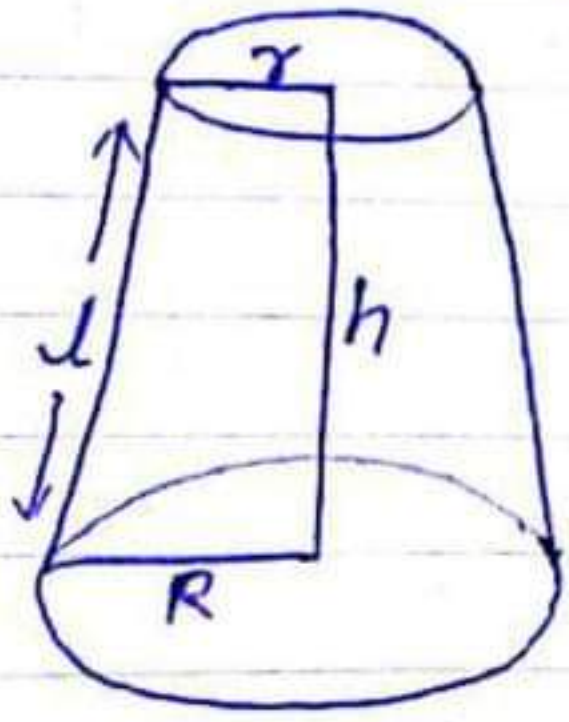
⇒ संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० = $\frac{4\sqrt{3}}{4}\times(\text{भुजा})^2$

⇒ ऊँचाई = $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times(\text{भुजा})$

⇒ आयतन = $\frac{\sqrt{2}}{12}\times(\text{भुजा})^3$

Scanned by CamScanner

छिन्नक



⇒ आयतन = $\frac{1}{3}\pi h(R^2+r^2+Rr)$

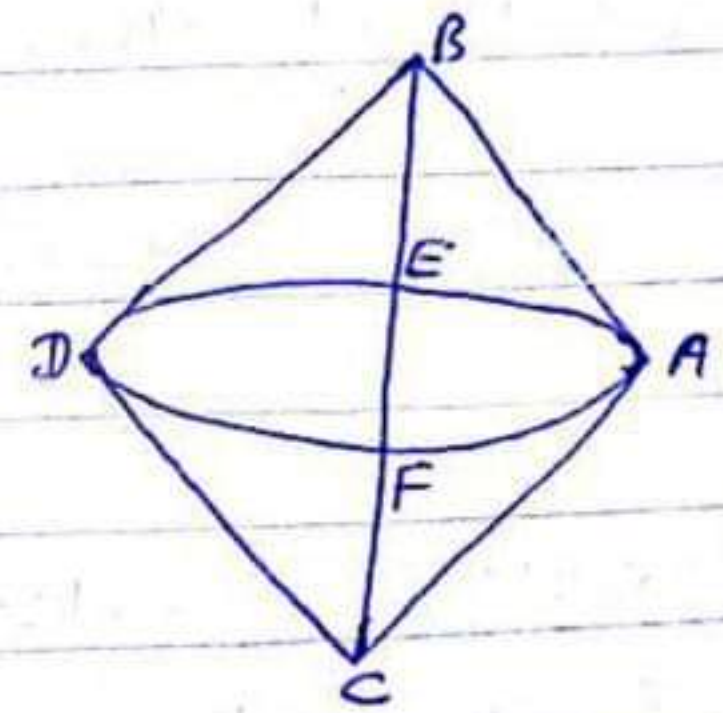
⇒ तिर्यक ऊँचाई (l) = $\sqrt{h^2+(R-r)^2}$

⇒ वक्र पृष्ठ का क्षे० = $\pi(R+r)l$

⇒ संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० = $\pi(R+r)(l+r^2+R^2)$

⇒ बाल्टी के संपूर्ण पृष्ठ का क्षे० = $\pi(R+r)(R+r^2)$

⇒ जब किसी समकोण त्रिभुज को कर्ण के चारों ओर घुमाकर आकृति बनाई जाती है, तब –



⇒ बनी आकृति का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 \times$ कर्ण

$r = \frac{\text{आधार} \times \text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$

Scanned by CamScanner

संख्या पद्धति

⇒ 1 से 25 तक अभाज्य संख्याएँ = 9
⇒ 26 से 50 " " = 6
⇒ 1 से 50 " " = 15
⇒ 51 से 75 " " = 6
⇒ 1 से 75 " " = 21
⇒ 76 से 100 " " = 4
⇒ 1 से 100 " " = 25

⇒ 2 से भाजकता का नियम → जिस संख्या के अन्त में 0, 2, 4, 6, 8 हो, तो वह संख्या 2 से भाज्य होती है।

⇒ 3 से भाजकता का नियम → जिस संख्या के अंको के योगफल में 3 का पूरा-पूरा भाग चला जाये, तो वह संख्या 3 से भाज्य होती है।

⇒ 4 से भाजकता का नियम → जिस संख्या के इकाई व दहाई के अंको मे 4 का पूरा-2 भाग चला जाये, तो वह संख्या 4 से भाज्य होगी।

⇒ 5 से भाजकता का नियम :→ जिस संख्या के अन्त में 0 तथा 5 हो, तो वह संख्या 5 से पूरी तरह विभाजित होगी।

⇒ 6 से भाजकता का नियम :→ जो संख्या 2 व 3 से पूरी तरह विभाजित हो, तो वह संख्या 6 से भी विभाजित होगी।

⇒ 7 से भाजकता का नियम :→ दी गई संख्या के इकाई अंक को दुगुना करके शेष संख्या मे से घटाते है। यदि शेष बची संख्या 7 से विभाजित होती है, तो वह संख्या भी 7 से विभाजित होगी। जैसे - 1680
⇒ 1680 - 14 = 166 या 166 - 12 = 154 या 15 - 8 = 7
अतः यह संख्या 7 से विभाजित है।

Scanned by CamScanner

⇒ 8 से भाजकता का नियम :→ जिस संख्या के इकाई, दहाई व सैकड़ा के अंकों से 8 का पूरा-2 भाग चला जाये, तो वह संख्या 8 से भाज्य होगी

⇒ 9 से भाजकता का नियम :→ जिस संख्या के अंकों के योग में 9 का पूरा पूरा भाग चला जाये, तो वह संख्या 9 से भाज्य होगी।

⇒ 11 से भाजकता का नियम :→ जिस संख्या के सम स्थाने के अंकों व विषम स्थानों के अंकों का अन्तर 0 या 11 से विभाज्य हो, तो वह संख्या 11 से विभाजित होगी। जैसे- 9574 ⇒ 20-9 = 11
अतः यह संख्या 11 से भाज्य होगी।

Note :- यदि कोई संख्या 6 बार एक ही अंक की पुनरावृत्ति से बनी हो, तो वह संख्या [3, 7, 11, 13, 37] से पूरी तरह विभाजित होगी।

Trick
⇒ n प्राकृत संख्याओं का योगफल = $\frac{n \times (n+1)}{2}$

Example :→ 1 से 100 तक प्राकृत संख्याओं का योगफल क्या है?

⇒ $\frac{100 \times (100+1)}{2}$ ⇒ $\frac{100 \times 101}{2}$ ⇒ 5050 Ans.

Trick
⇒ a से b तक की लगातार संख्याओं का योगफल = $\frac{\text{योग} \times (\text{अंतर}+1)}{2}$

Example :- 51 से 100 तक लगातार संख्याओं का योगफल क्या है?

⇒ $\frac{(51+100) \times (100-51+1)}{2}$ ⇒ $\frac{151 \times (49+1)}{2}$

⇒ $\frac{151 \times 50}{2}$ 25 ⇒ 3775 Ans.

Scanned by CamScanner

Trick :- लगातार n सम संख्याओं का योग = $x(x+1)$

x = सम संख्याएँ , सम संख्याएँ = $\frac{\text{संख्याएँ}}{2}$

Example :- 1 से 100 तक सम संख्याओं का योगफल क्या है?

सम संख्याएँ = $\frac{100}{2} = 50$

$\Rightarrow \frac{50 \times (50+1)}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 50 \times 51 \Rightarrow 2550$ Ans.

Trick :- लगातार n विषम संख्याओं का योग = x^2

x = विषम संख्याएँ , विषम संख्याएँ = $\frac{\text{संख्याएँ}}{2}$

Example :- 1 से 100 तक विषम संख्याओं का योग क्या है?

विषम संख्याएँ (x) = $\frac{100}{2} = 50$

$\Rightarrow 50 \times 50 \Rightarrow 2500$ Ans.

Trick :- n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग =

$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Example :- 1 से 10 तक वर्ग संख्याओं का योग क्या है?

$\Rightarrow \frac{10 \times (10+1)(2 \times 10+1)}{6}$

$\Rightarrow \frac{5\ 10 \times 11 \times 21\ 7}{63}$

$\Rightarrow 385$ Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ **Trick** :- n विषम वर्ग संख्याओं का योग $= \frac{x(4x^2-1)}{3}$

x = विषम संख्याएँ

Example :- $1^2+3^2+5^2 \cdots\cdots 19^2 = ?$

$x = 10$ विषम संख्याएँ

$= \frac{10 \times (4 \times 10^2 - 1)}{3}$

$= \frac{10 \times \cancel{399}\ 133}{\cancel{3}}$ $= 1330$ Ans.

Trick :- n प्राकृत संख्याओं के घनों का योग $= \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

Example :- 1 से 7 तक घन संख्याओं का योग क्या है?

$= \left[\frac{7 \times (7+1)}{2}\right]^2 \Rightarrow \left[\frac{7 \times 84}{2}\right]^2$

$= (28)^2 = 28 \times 28 = 784$ Ans.

Trick :- x के n तक के पहाड़ों का योग क्या है? अथवा
किसी संख्या के n गुणजों का योग $= \frac{xn(n+1)}{2}$

Example :- 2 के 6 गुणजों का योग क्या है?

$= \frac{2 \times 6 \times (6+1)}{2}$ $= \frac{\cancel{2} \times 6 \times 7}{\cancel{2}}$

$= 42$ Ans.

Scanned by CamScanner

Trick :- समांतर श्रेणी (A.P.) का n वाँ पद / अंतिम पद (Tn)

$$= a + (n-1)\,d$$

a = प्रथम पद, n = कुल पद, d = पदों का अन्तर

Example :- 2, 5, 8, 11 ..... 12 वाँ पद क्या है?

$a = 2, \quad n = 12, \quad d = 5 - 2 = 3$

$\Rightarrow 2 + (12-1) \times 3$

$\Rightarrow 2 + 11 \times 3 \Rightarrow 2 + 33 \Rightarrow 35$ Ans.

Trick :- गुणोत्तर श्रेणी (G.P.) का n वाँ पद $= a \times r^{n-1}$

a = प्रथम पद, n = कुल पद, $r = \frac{\text{द्वितीय पद}}{\text{प्रथम पद}}$

Example :- 3, 6, 12, 24 ..... 10 वाँ पद क्या है?

$a = 3, \quad n = 10, \quad r = 2$

$\Rightarrow 3 \times 2^{10-1} \Rightarrow 3 \times 2^9$

$\Rightarrow 3 \times 512 \Rightarrow 1536$ Ans.

Trick :- समांतर श्रेणी के n पदों का योग

$$= \frac{\text{पदों की संख्या (पहला पद + अंतिम पद)}}{2}$$

Example :- 400 से 1000 के बीच 13 से भाज्य संख्याओं का योग क्या है?

400 से 1000 के बीच 13 से भाज्य कुल संख्याएँ $= \frac{1000}{13} - \frac{400}{13}$

$= 76 - 30 = 46$

प्रथम विभाजित पद = 403, ~~द्वितीय~~ अंतिम विभाजित पद = 988

$\Rightarrow$ 400 से 1000 के बीच 13 से भाज्य संख्याओं का योग $= \frac{46 \times (403 + 988)}{2}$

$= 23 \times 1391 \Rightarrow 31993$ Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ संख्या पद्धति में एक अंक वाली कुल संख्याएं = 9

⇒ " " दो अंक " " = 90

⇒ " " तीन अंक " " = 900

⇒ " " चार अंक " " = 9000

⇒ 1 से 100 तक की संख्याओं में कुल अंकों की संख्या = 192

⇒ " " " कुल शून्यों " = 11

⇒ " " कुल 1 की संख्या = 21

Example :- 19^{35} में 18 का भाग दें तो कितना शेष बचेगा ?

Trick :- $\frac{19}{18}$ = 1 शेष बचेगा Ans.

Example :- $(7^{13}+1)$ में 6 का भाग देने पर क्या शेष बचेगा ?

Trick :- $\frac{(7+1)}{6} = \frac{8}{6}$ = 2 शेष बचेगा Ans.

Example :- $(49^{15}-1)$ किस संख्या से पूर्णतः भाज्य है ?

Trick :- (49-1) = 48 यह [2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24] से भाज्य है

Example :- दो संख्याओं का योग 70 है और उनका अन्तर 14 है, तो वे संख्याएं बताओं।

Trick :- पहली संख्या $= \frac{\text{योग} + \text{अन्तर}}{2} = \frac{70+14}{2} = 42$

दूसरी संख्या $= \frac{\text{योग} - \text{अंतर}}{2} = \frac{70-14}{2} = \frac{56}{2} = 28$

⇒ 42 व 28 Ans.

Scanned by CamScanner

Example :- एक छात्र से किसी संख्या को 23 से गुणा करने को कहा परन्तु उसने गलती से 32 से गुणा कर दिया, तो उसका प्राप्त उत्तर सही उत्तर से 63 अधिक आया। तो बताओ वह संख्या क्या है?

Trick :- ⇒ $\frac{\text{प्राप्त उत्तर का अन्तर}}{\text{संख्याओं का अन्तर}} = \frac{63}{9} = 7$ Ans.

Trick :- दो अंकों की संख्या और उसे उलटने से बनी नई संख्या के अंको का योग हमेशा 11 से विभाजित होगा।

Example :- दो अंकों की संख्या के दोनों अंको की स्थिति अदल-बदल जाती है, तो प्राप्त संख्या के अंकों का योग 66 है तो बताओं उस संख्या के अंकों का योग क्या है?

अंको का योग $= \frac{\text{संख्याओं का योग}}{11} = \frac{66}{11} = 6$ Ans.

Trick :- दो अंकों की संख्या और उसे उलटने से बनी नई संख्या के अंकों का अन्तर हमेशा 9 से विभाजित होगा।

Example :- दो अंकों की संख्या के दोनों अंको की स्थिति अदल-बदल जाती है, तो प्राप्त संख्या के अंकों के बीच 36 का अन्तर है. तो बताओं उस संख्या के दोनों अंको के बीच कितना अंतर है?

अंकों के बीच का अंतर $= \frac{\text{संख्याओं का अंतर}}{9} = \frac{36}{9} = 4$ Ans.

Example :- 1 से 110 तक की संख्याओं को आपस मे गुणा करने पर शून्यों की संख्या होगी? (सम संख्या × 5 = 0 आता है)

5)110(22 — 10 — 10 — x

5)22(4 — 20 — 2

22 + 4 = 26 शून्य Ans

Scanned by CamScanner

बीज गणितीय संक्रियाऐं

⇒ $1570 \times 87 + 1570 \times 13$ हल करो।

Trick ∵ $ab + ac$ या $a(b+c)$

$= 1570 \times (87+13) = 1570 \times 100 = 157000$ Ans.

⇒ $140 \times 140 + 60 \times 280 + 60 \times 60$ हल करो।

Trick :- $140 \times 140 + 60 \times 2 \times 140 + 60 \times 60$

$\Rightarrow (140)^2 + 2(140)(60) + (60)^2$

$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$\Rightarrow (140+60)^2 \Rightarrow (200)^2 = 40000$ Ans.

⇒ $203 \times 203 - 197 \times 197$ हल करो।

Trick :- $(203)^2 - (197)^2$

$\Rightarrow (a)^2 - (b)^2 = (a+b)(a-b)$

$\Rightarrow (203+197)(203-197)$

$= 400 \times 6 = 2400$ Ans.

⇒ $4.54 \times 4.54 \times \boxed{4.54 - 2.14} \times 2.14 \times 2.14$ हल करो

$4.54 \times 4.54 + 4.54 \times 2.14 + 2.14 \times 2.14$

Trick $\dfrac{a^3 - b^3}{a^2+ab+b^2} = \dfrac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a^2+ab+b^2} = (a-b)$

$= 4.54 - 2.14 = 2.40$ Ans.

⇒ $\dfrac{(9.64+7.36)^2 - (9.64-7.36)^2}{9.64 \times 7.36}$ हल करो

Trick :- $\dfrac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} = \dfrac{4ab}{ab} = 4$ Ans.

Scanned by CamScanner

$\Rightarrow \dfrac{(2.3)^3 + (0.027)^3}{(2.3)^2 - 0.69 + 0.09}$ हल करो

Trick :- $\dfrac{(2.3)^3 + (0.027)^3}{(2.3)^2 - (2.3)(0.3) + (0.3)^2}$

$\Rightarrow \dfrac{a^3 + b^3}{a^2 - ab + b^2} = \dfrac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - ab + b^2} = a + b$

$= 2.3 + 0.3 = 2.6$ Ans.

⇒ यदि $x + \frac{1}{x} = 4$ हो तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान बताओ।

Trick :- धनात्मक होने पर $= (\text{संख्या})^2 - 2$

$= (4)^2 - 2$

$= 16 - 2 = 14$ Ans.

⇒ यदि $x - \frac{1}{x} = 6$ हो तो $x^2 + \frac{1}{x^2}$ का मान बताओ।

Trick :- ऋणात्मक होने पर $= (\text{संख्या})^2 + 2$

$= (6)^2 + 2$

$= 36 + 2 = 38$ Ans.

⇒ यदि $x + \frac{1}{x} = 3$ हो तो $x^4 + \frac{1}{x^4}$ का मान बताओ।

Trick :- $(\text{संख्या})^2 - 2 = (3)^2 - 2$

$= 9 - 2 = 7$

$(\text{संख्या})^2 - 2 = (7)^2 - 2$

$= 49 - 2$

घात 4 है इसलिए प्रक्रिया दो बार करनी पड़ेगी। $= 47$ Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ यदि $x+\frac{1}{x}=2$ हो तो $x^3+\frac{1}{x^3}$ का मान बताओं।

Trick :- धनात्मक होने पर = (संख्या)^3 - 3×(संख्या)

$= (2)^3 - 3\times 2$

$= 8-6 = 2$ Ans.

⇒ यदि $x-\frac{1}{x}=5$ हो तो $x^3-\frac{1}{x^3}=5$ का मान बताओ।

Trick :- ऋणात्मक होने पर = (संख्या)^3 + 3×(संख्या)

$= (5)^3+3\times 5$

$= 125+15 = 140$ Ans.

Scanned by CamScanner

म०स०प० तथा ल०स०प०

⇒ 280 व 735 का म०स०प० ज्ञात कीजिये।

280) 735 (2
560
175) 280 (1
175
105) 175 (1
105
70) 105 (1
70
35) 70 (2
70
x

म०स०प० = 35 Ans.

⇒ 12, 30, 44 व 56 का ल०स०प० निकालो।

2	12, 30, 44, 56
2	6, 15, 22, 28
2	3, 15, 11, 14
3	3, 15, 11, 7
5	1, 5, 11, 7
7	1, 1, 11, 7
11	1, 1, 11, 1
	1, 1, 1, 1

ल०स०प० = 2×2×2×3×5×7×11 = 9240 Ans.

⇒ $\frac{3}{4}, \frac{6}{5}, \frac{9}{10}$ का म०स०प० निकालो।

3, 6, 9 का म०स०प० = 3

4, 5, 10 का ल०स०प० = 20

म०स०प० = $\frac{\text{अंशों का म०स०प०}}{\text{हरों का ल०स०प०}} = \frac{3}{20}$ Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ दो संख्याओं का ल०स० 60 तथा म०स० 5 है। यदि एक संख्या 30 हो तो बताओ दूसरी संख्या क्या है?

Trick :- पहली संख्या × दूसरी संख्या = ल०स० × म०स०

$$\text{दूसरी संख्या} = \frac{\text{ल०स० × म०स०}}{\text{पहली संख्या}} = \frac{^{2}60 \times 5}{30} = 10 \quad \underline{\text{Ans.}}$$

⇒ दो संख्याओं का ल०स० तथा म०स० क्रमशः 84 व 21 है यदि संख्याओं में 1:4 का अनुपात हो तो बड़ी संख्या क्या है?

हल:- माना वे संख्याएँ x तथा 4x है

प्र० सं० × द्वि० सं० = ल०स० × म०स०

$$x \times 4x = 84 \times 21$$

$$x^2 = \frac{84 \times 21}{4}$$

$$x^2 = 21 \times 21$$

$$x = 21$$

बड़ी संख्या = 4 × 21 = 84 Ans

⇒ दो संख्याओं का योग 216 है और उनका म०स० 27 है तो वे संख्याएँ हैं?

हल: माना वे संख्याएँ 27x व 27y है

$$27x + 27y = 216$$

$$27(x+y) = 216$$

$$x+y = \frac{216}{27}$$

$$x+y = 8$$

x+y के सह अभाज्य गुणनखण्ड (1, 7) तथा (3, 5) हैं।

संख्याएँ = 27 × 1 = 27 तथा 27 × 7 = 189
या
27 × 3 = 81 तथा 27 × 5 = 135] Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करो जिसमें 12, 18, 36 से भाग देने पर क्रमशः 8, 14, 32 शेष बचे।

हल:- 12-8 = 4, 18-14 = 4 , 36-32 = 4

2	12, 18, 36
2	6, 9, 18
3	3, 9, 9
3	1, 3, 3
	1, 1, 1

ल.स. 2×2×3×3 = 36

संख्या = 36-4 = 32 Ans.

⇒ वह बडी से बडी संख्या ज्ञात करो जिससे 526 तथा 1307 में भाग देने पर क्रमशः 6 तथा 7 शेष बचे।

हल:- 526-6 = 520, 1307-7 = 1300

अतः 520 तथा 1300 का म.स. = 260

अतः संख्या = 260 Ans.

⇒ चार घण्टियाँ 6, 8, 12, 18 सैकण्डो के अन्तर पर बजती है। यदि वे 12 बजे एक साथ बजना प्रारंभ करती है तो बताओ कि वे कब एक साथ बजेंगी तथा 6 मिनट में कितनी बार बजेंगी।

हल: ल.स.

2	6, 8, 12, 18
2	3, 4, 6, 9
2	3, 2, 3, 9
3	3, 1, 3, 9
3	1, 1, 1, 3
	1, 1, 1, 1

ल.स. = 2×2×2×3×3

= 72 सैकण्ड

पुनः एक साथ बजेंगी 1 मिनट 12 सैकण्ड बाद या 12:01:12 बजे Ans.

6 मिनट में एक साथ बजेंगी = $\frac{6 \times 60}{72}$ s

$= 5$

अर्थात = 5+1 = 6 बार Ans.

Scanned by CamScanner

विविध

⇒ किसी व्यक्ति के पास कुछ गाय एवं मुर्गियाँ हैं। इनके सिरों की संख्या 48 तथा पैरों की संख्या 140 है तो मुर्गियों की संख्या कितनी है?

हल: कुल जानवर = 48

यदि सभी को 4 टाँग वाला मानें तो = $48 \times 4 = 192$

" " 2 " " = $48 \times 2 = 96$

Trick :- गाय मुर्गी

192 96

140

44 52

44 : 52

11 : 13

मुर्गियों की संख्या =

$\frac{13}{24} \times 48^{2} = 26$ Ans.

⇒ एक 20 मीटर ऊँचे खम्भे पर एक बन्दर एक दिन में 6 मीटर चढ़ता है तथा 4 मीटर फिसल जाता है, तो बताओ वह कुल कितने दिन में ऊपर चढ़ जायेगा।

Trick :- यहाँ पहले कुल ऊँचाई में से अंतिम दिन की कुल चढाई को घटाकर हल करेंगे।

शेष चढाई = $20 - 6 = 14$ मीटर

2 मीटर से चढेगा = $\frac{14}{2} = 7$ दिन

कुल समय = $7 + 1 = 8$ दिन Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ एक 60 मीटर गहरा कुआँ है। इसमें एक मेंढक 1 दिन में 10 मीटर चढ़ता है और अगले दिन 3 मीटर फिसल जाता है तो बताओ वह कुल कितने दिन में ऊपर चढ़ जायेगा।

हल: कुल कंचाई = 60 मीटर

वास्तविक चढाई (2 दिन) = 10-3 = 7 मीटर

16 दिन में चढ़ेगा = $\frac{7}{2} \times 16^{8}$ = 56 मीटर

शेष = 60 - 56 = 4 मीटर

10 मीटर की उछाल में तय करेगा = $\frac{4}{10}$ - $\frac{2}{5}$ दिन

कुल समय = $16\frac{2}{5}$ दिन या 17 वें दिन Ans

⇒ किसी समूह में 15 व्यक्ति थे। उन्होंने एक-दूसरे से हाथ मिलाये तो बताओ कुल कितनी बार हाथ मिलाये गये।

Trick : कुल मिलाये गये हाथों की संख्या = $x(x-1)$

= 15 × 14 = 210 Ans

⇒ एक पार्टी में 20 व्यक्ति थे उन्होंने प्रत्येक दूसरे को कुछ उपहार दिये तो बताओ पार्टी में कुल कितने उपहार दिये गये।

Trick : प्रत्येक दूसरे को दिये कुल उपहारों की संख्या = $\frac{x(x-1)}{2}$

= $\frac{^{10}20 \times 19}{2}$ =

= 190 Ans.

Scanned by CamScanner

⇒ किसी कक्षा के कुल छात्रो ने एक - दूसरे से 600 बार हाथ मिलाए तो बताओ कक्षा मे कुल कितने छात्र थे?

Trick :- दी गई संख्या मे कम से कम कितना जोडे ताकि वह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाये। जितना जोडे वही हमारा उत्तर होगा।

तो $600 + 25 = 625$ (पूर्ण वर्ग संख्या है)

कुल छात्र = 25 Ans

⇒ $\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\cdots}}}}$

Trick :- $12 + 4 = 16$ (पूर्ण वर्ग संख्या है)

Ans. = 4

⇒ $\sqrt{30-\sqrt{30-\sqrt{30-\cdots}}}$

Trick : $30 - 5 = 25$ (पूर्ण वर्ग संख्या है)

Ans. = 5

⇒ कुछ व्यक्तियो ने प्रत्येक दूसरे से कुल 105 बार हाथ मिलाये तो उस समूह मे कितने व्यक्ति थे?

Trick :- $105 \times 2 = 210$

$210 + 15 = 225$ (पूर्ण वर्ग संख्या है)

Ans. = 15

⇒ 2^{50} का आधा क्या होगा?

हल: $\Rightarrow \frac{2^{50}}{2^1}$

$\Rightarrow 2^{50-1}$

$\Rightarrow 2^{49}$ Ans

Scanned by CamScanner

✓ साइमन कमीशन रिपोर्ट 27 मई 1930
गठन 7 नवंबर 1927

✓ 'राष्ट्र मेरा धर्म है' = लाला लाजपत राय

✓ उ०प्र० का लोकगीत = बिरहा

✓ मंगल पाण्डे को फाँसी = 8 अप्रैल 1857

✓ भारत सेवक समाज = गोपाल कृष्ण गोखले

✓ कैबिनेट मिशन = 1946 में भारत में आया।

✓ महात्मा गान्धी अफ्रीका से लौटे = 1914

✓ चौरी-चौरा = 5 फरवरी 1922

✓ आर्कटिक विलो = झाड़ी का नाम

✓ बंदी-जीवन (पुस्तक) = सचीन्द्रनाथ सन्याल

✓ हिन्दुस्तान सामाजिक स्वाधीनता संगठन = राम प्रसाद बिस्मिल

✓ चक्रवात के अन्य नाम = वातचक्र, बवंडर, झंझावत

✓ उदारवादी नेता = गोपाल कृष्ण गोखले, दादाभाई नौरोजी मदान मोहन मालवीय, योगेश चन्द्र बनर्जी

✓ यूरेनियम = ललितपुर

✓ यंग इण्डिया (पत्रिका) (अंग्रेजी में) गान्धी जी द्वारा

✓ थियोसोफिकल सोसाइटी = 17 Nov 1875 (न्यूयार्क)

✓ पश्चिम से पूर्व = जेट वायुधारा

✓ रेनी वेसेन्ट = आइरिश की थी

✓ शांति स्थापित करने के लिए = गुट निरपेक्षता

✓ हिन्दुस्तान, हिन्दुस्तानियों का है। — भीका जी कामा

✓ सीमान्त गाँधी = अब्दुल गफ्फार खाँ